ResearchGate Google Scholar WORLD of JOURNALS

НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU doi zenodo Scientific Journal Impact Factor ISSN

e-ISSN(Online) 2709-1201

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ENDLESS LIGHT IN SCIENCE

NO 1
31 ЯНВАРЯ 2026
Астана, Казахстан

lrc-els.com

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ENDLESS LIGHT IN SCIENCE»

INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL «ENDLESS LIGHT IN SCIENCE»

International scientific journal «Endless Light in Science», includes reports of scientists, students, undergraduates and school teachers from different countries (Kazakhstan, Tajikistan, Azerbaijan, Russia, Uzbekistan, China, Turkey, Belarus, Kyrgyzstan, Moldova, Turkmenistan, Georgia, Bulgaria, Mongolia). The materials in the collection will be of interest to the scientific community for further integration of science and education.

Международный научный журнал «Endless Light in Science», включают доклады учёных, студентов, магистрантов и учителей школ из разных стран (Казахстан, Таджикистан, Азербайджан, Россия, Узбекистан, Китай, Турция, Беларусь, Кыргызстан, Молдавия, Туркменистан, Грузия, Болгария, Монголия). Материалы сборника будут интересны научной общественности для дальнейшей интеграции науки и образования.

31 января 2026 г.
Астана, Казахстан

https://doi.org/10.5281/zenodo.18534399
ӘОЖ 517.954

ГЕЛЬМГОЛЬЦ ТЕҢДЕУІ ҮШІН ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ

ҚАДІР АҚНИЕТ
М. Әуезов атындағы ОҚУ жаратылыстану ғылымдары және педагогикасы жоғары мектебінің магистранты

Аңдатпа. *Гельмгольц теңдеуі акустикалық камера немесе қуыс кеңістіктің шектеулі аймағындағы толқынның тербеліс теңдеуінен туындайды. Ол ортадағы дыбыс толқындарының тәртібін сипаттайды және толқын теңдеуімен байланысты. Гельмгольц теңдеуімен байланысты негізгі физикалық есеп - әр түрлі орталар мен шарттарда дыбыстың таралуын модельдеу. Мысалы, акустикалық инженерияда жалғастыру есебі бөлмелердегі, аэродинамикалық каналдардағы құбырлардағы және басқа геометриялық конфигурациялардағы дыбыс өрістерін талдау үшін қолданылады. Геофизикада ол атмосферадағы, мұхиттағы және жер қыртысындағы дыбыс толқындарын модельдеу үшін қолданылады. Сондай-ақ, ол әртүрлі ауруларды диагностикалау және емдеу үшін адам ағзасындағы дыбыс толқындарын модельдеу үшін медицинада қолданылады.*

Кілттік сөздер. *Гельмгольц теңдеуі, шекаралық есеп, дербес шешім, Дирихле есебі, дөңгелек, функция, меншікті мән, бастапқы шарт.*

Мысал 1. $r \le a$ дөңгелек ішіндегі есепті шешіңіз

$$\Delta u - \chi^2 u = 0,$$

$$u_{r=a}\big| = |\sin\varphi|.$$

Бұл теңдеу үшін Дирихле есебінің жалпы шешімі төмендегіше анықталады[1].

$$u(r,\varphi) = A_0 \frac{I_0(\chi r)}{I_0(\chi a)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n(\chi r)}{I_n(\chi a)} (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi).$$

A_n және B_n коэффициенттерін анықтайық: ,

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |\sin\varphi|\, d\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \sin\varphi d\varphi = \frac{2}{\pi};$$

$$A_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} |\sin\varphi| \cos n\varphi d\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} |\sin\varphi| \cos n\varphi d\varphi =$$

$$= -\frac{2}{\pi(n^2-1)}(1+(-1)^n);$$

$$B_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} |\sin\varphi| \sin n\varphi d\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} |\sin\varphi| \sin n\varphi d\varphi = 0.$$

Сондықтан,

$$u = \frac{2}{\pi}\frac{I_0(\chi r)}{I_0(\chi a)} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{n^2-1} \frac{I_n(\chi r)}{I_n(\chi a)} \cos n\varphi$$

немесе

$$u = \frac{2}{\pi}\frac{I_0(\chi r)}{I_0(\chi a)} - \frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2-1} \cdot \frac{I_{2k}(\chi r)}{I_{2k}(\chi a)} \cos 2k\varphi.$$

Мысал 2. $r > a$ дөңгелектен тыс есепті шешіңіз[2].

$$\Delta u - u = 0, \quad r > a,$$
$$\left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=a} = \sin^4 \varphi,$$
$$u \to 0 \text{ при } r \to \infty.$$

Дөңгелектен тыс осы теңдеу үшін Нейман есебінің жалпы шешімін келесідей жазуға болады

$$u(r,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K_n(\chi r)}{\chi K'(\chi a)} (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi).$$

Себебі

$$\sin^4 \varphi = \left[\frac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi)\right]^2 = \frac{1}{4}(1 - 2\cos 2\varphi + \cos^2 \varphi) =$$
$$= \frac{3}{8} - \frac{1}{2}\cos 2\varphi + \frac{1}{8}\cos 4\varphi,$$

енді жалпы шешімді шекаралық шартқа қойсақ, аламыз.

$$\left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=a} = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi) = \frac{3}{8} - \frac{1}{2}\cos 2\varphi + \frac{1}{8}\cos 4\varphi$$

Осыдан

$$A_0 = \frac{3}{8}, \quad A_2 = -\frac{1}{2}, \quad A_4 = \frac{1}{8},$$

қалған коэффициенттер нөлге тең екенін табамыз. Демек, шешім

$$u = \frac{3}{8}\frac{K_0(\chi r)}{\chi K_0'(\chi a)} - \frac{1}{2}\frac{K_2(\chi r)}{\chi K_2'(\chi a)}\cos 2\varphi + \frac{1}{8}\frac{K_4(\chi r)}{\chi K_4'(\chi a)}\cos 4\varphi.$$

түрінде болады.

Мысал 3. Бірлік радиусы бар дөңгелек ішіндегі есепті шешіңіз[3].

$$\Delta u + (\mu_1^{(3)})^2 u = 0, \quad 0 \le r < 1,$$
$$u|_{r=a} = \sin \varphi + \cos^2 \varphi,$$

мұндағы $\mu_1^{(3)}$ – теңдеудің нөлден өзге бірінші түбірі

$$J_3 = 0.$$

Дөңгелек ішіндегі бастапқы теңдеудің жалпы шешімі

$$u(r,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} J_n(\mu^{(3)} r)(A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi).$$

түрінде жазылады.Бұл жағдайда $k^2 = \left(\mu_1^{(3)}\right)^2$ бірлік дөңгелек ішіндегі Штурм-Лиувилл есебінің меншікті мәнімен сәйкес келеді. Сондықтан, шешімнің болуы үшін шекаралық функцияда үшінші Фурье гармоникасының болмауы қажет. Өйткені

$$f(\varphi) = \sin \varphi + \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} + \sin \varphi + \frac{1}{2}\cos 2\varphi,$$

қарастырылып отырған есептің шешімі бар, бірақ жалғыз емес. Оны келесідей жазуға болады

$$u = \frac{1}{2}\frac{J_0(\mu_1^{(3)}r)}{J_0\left(\mu_1^{(3)}\right)} + \frac{J_1(\mu_1^{(3)}r)}{J_1\left(\mu_1^{(3)}\right)}\sin\varphi + \frac{1}{2}\frac{J_2(\mu_1^{(3)}r)}{J_{21}(\mu_1^{(3)})} +$$

$$+ J_3(\mu_1^{(3)}) \cdot (A_3\cos 3\varphi + B_3 \sin 3\varphi),$$

мұндағы A_3, B_3 – кез келген тұрақтылар.

Мысал 4. $r \le a$ сфера ішіндегі есепті шешіңіз[4].

$$\Delta u - u = 0,$$

$$u\big|_{r=a} = \cos 2\theta + \sin\theta \sin\varphi.$$

Бұл теңдеу үшін ішкі Дирихле есебінің жалпы шешімі төмендегіше жазылады.

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{n} \frac{\sqrt{a}\cdot I_{n+1/2}(r)}{\sqrt{r}\cdot I_{n+1/2}(a)} \cdot P_n^{(m)}(\cos\theta)\cdot(A_{nm}\cos m\varphi + B_{nm}\sin m\varphi).$$

Коэффициенттерді анықтау үшін шекаралық функцияны сфералық функциялар бойынша жіктейміз. Шекаралық шарттан тек A_{n_0} және B_{n_1} коэффициенттері нөлден өзгеше болатыны шығады. Келесіде $\cos 2\varphi -$ ді $P_n(\cos\theta)$ Лежандр көпмүшелері, ал $\sin\varphi -$ $P_n^{(1)}(\cos\theta)$ біріккен функциялар бойынша жіктейміз:

$$\cos 2\varphi = 2\cos^2\theta - 1 = \frac{4}{3}P_2(\cos\theta) - \frac{1}{3}P_0(\cos\theta),$$

$$\sin\theta = P_1^{(1)}(\cos\theta).$$

Сондықтан, $A_{00} = -\frac{1}{3}$, $A_{20} = \frac{4}{3}$, $B_{11} = 1$,қалған коэффициенттер нөлге тең. Сонда, шешімі төмендегіше жазылады.

$$u = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{a}{r}}\cdot\frac{I_{\frac{1}{2}}(r)}{I_{\frac{1}{2}}(a)} + \frac{4}{3}\sqrt{\frac{a}{r}}\cdot\frac{I_{\frac{5}{2}}(r)}{I_{\frac{5}{2}}(a)}P_2(\cos\theta) + \sqrt{\frac{a}{r}}\cdot\frac{I_{\frac{3}{2}}(r)}{I_{\frac{3}{2}}(a)}P_1^{(1)}(\cos\theta)\sin\varphi.$$

Мысал 5. $r \ge a$ сферадан тыс есепті шешіңіз[5].

$$\Delta u + u = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial r}\bigg|_{r=a} = \cos\theta + \sin^2\theta\cos 2\varphi,$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} - iu = O\left(\frac{1}{r}\right), \quad r \to \infty.$$

Өйткені

$$\cos\theta = P_1(\cos\theta), \quad \sin^2\theta\cos 2\varphi = \frac{1}{3}P_2^{(2)}(\cos\theta)\cos 2\varphi,$$

сондықтан, есептің шешімі

$$u = \frac{r^{-\frac{1}{2}} H^{(1)}_{\frac{3}{2}}(r)}{\frac{\partial}{\partial a}\left[a^{-\frac{1}{2}} H^{(1)}_{\frac{3}{2}}(a)\right]} \cos\theta + \frac{r^{-\frac{1}{2}} H^{(1)}_{\frac{5}{2}}(r)}{\frac{\partial}{\partial a}\left[a^{-\frac{1}{2}} H^{(1)}_{\frac{5}{2}}(a)\right]} \sin^2\theta \cos 2\varphi .$$

түрінде болады.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Бейтман Г. Высшие трансцендентные функции /Г. Бейтман, А. Эрдейн.– М.: Наука, 1966.– Т.2.– 582 с.
2. Будак Б.М. Кратные интегралы и ряды /Б.М. Будак, С.В. Фомин.– М.: Наука, 1965.–606 с.
3. Кошляков Н.С. Уравнения в частных производных математической физики./ Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов.– М.: Физматгиз, 1970.– 712 с.
4. Свешников А.Г. Лекции по математической физике: учеб. пособие /А.Г. Свешников, А.Н. Боголюбов, В.В. Кравцов.– М.: Изд-во Моск. ун-та, 1993.– 352 с.
5. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики: учеб. пособие для ун-ов /А.Н. Тихонов, А.А. Самарский.– М.: Наука, 1972.– 736 с.

https://doi.org/10.5281/zenodo.18534864
ӘОЖ 373.3 : 37.016 : 51 : 371.382 : 004

БАСТАУЫШ СЫНЫП МАТЕМАТИКАСЫН ОҚЫТУДА ҚОЛДАНЫЛАТЫН ТИІМДІ ГЕЙМИФИКАЦИЯ ӘДІСТЕРІ

СЕЙЛОВА ЗОЯ ТУЛЕУБАЕВНА
Қорқыт Ата атындағы Қызылорда университеті
п.ғ.к., қауымдастырылған профессор
Қорқыт Ата атындағы Қызылорда университеті,Қызылорда қ, Қазақстан

ТОҚШЫЛЫҚОВА ЗАМИРА ҒАЛЫМЖАНҚЫЗЫ
Қорқыт Ата атындағы Қызылорда университеті
«Педагогика, психология және бастауыш
оқыту әдістемесі» кафедрасының
ПМНО-24-1м оқу тобының магистранты,
М.Дүйсенов атындағы №15 мектеп-лицейінің
бастауыш сынып мұғалімі
Қызылорда қ, Қазақстан

Аңдатпа. *Бұл мақалада бастауыш білім беруде геймификацияны қолдану, оның артықшылықтары мен кемшіліктері, сондай-ақ оқушылардың мотивациясы мен үлгеріміне әсері қарастырылады. Геймификация — педагогикалық тәсіл ретінде ойын элементтерін ойыннан тыс контексте қолдануды көздейді, оның мақсаты — оқытудың нәтижелілігі мен оқушылардың белсенділігін арттыру. Бастауыш сынып жағдайында, балалардың назары тез бөлініп кететіндіктен және олардың қызығушылығын оятуда ойынның рөлі жоғары болғандықтан, геймификация мұғалімдерге қуатты құрал бола алады. Зерттеулер көрсеткендей, оқу үдерісіне ойын элементтерін енгізу пәнге деген қызығушылықты арттырып қана қоймай, ынтымақтастық, креативтілік және сыни ойлау сияқты тереңірек дағдыларды да қалыптастырады.*

Түйінді сөздер: *геймификация, бастауыш сынып, математика, белсенділік, логикалық ойлау.*

Аннотация. *В данной статье рассматривается использование геймификации в начальном образовании, её преимущества и недостатки, а также влияние на мотивацию и успеваемость учащихся. Геймификация как педагогический подход предполагает применение игровых элементов в неигровом контексте, её цель — повысить эффективность обучения и активность учащихся. В условиях начальных классов, где внимание детей быстро рассеивается и значительную роль играет пробуждение интереса, геймификация может стать мощным инструментом для учителя. Исследования показывают, что внедрение игровых элементов в учебный процесс не только усиливает интерес к предмету, но и способствует развитию более глубоких навыков, таких как сотрудничество, креативность и критическое мышление.*

Ключевые слова: *геймификация, начальная школа, математика, деятельность, логическое мышление*

Abstract. *This article examines the use of gamification in primary education, its advantages and disadvantages, as well as its impact on students' motivation and academic performance. Gamification, as a pedagogical approach, involves the application of game elements in a non-game context, with the aim of increasing the effectiveness of learning and enhancing student engagement. In primary school settings, where children's attention is easily distracted and sparking their interest plays an important role, gamification can serve as a powerful tool for teachers. Research shows that* *integrating game elements into the learning process not only increases interest in the subject but also helps develop deeper skills such as collaboration, creativity, and critical thinking.*

Key words: *gamification, primary school, mathematics, activity, logical thinking.*

Геймификация — ойын элементтері мен ойын дизайны принциптерін білім беру, маркетинг, денсаулық сақтау және әлеуметтік өзара әрекет салалары сияқты ойыннан тыс контексттерде қолдануға негізделген тұжырымдама. Бұл мақалада біз геймификацияның білім беру ортасында, әсіресе бастауыш сыныптарда қалай қолданылатынына назар аударамыз.

Геймификацияның негізгі идеясы — балл, деңгей, жетістік және жарыс сияқты элементтерді қолдана отырып, оқытуды қызықты әрі интерактивті ету. Бұл бастауыш сынып оқушылары үшін аса өзекті, себебі бұл кезең жоғары ойыншылдықпен және шығармашылық өзін-өзі көрсетуге ұмтылыспен сипатталады. Геймификация оқу процесінде байқаулар, цифрлық білім беру платформалары, квесттер түрінде жүзеге асуы мүмкін. [1, 115-117 бб].

Геймификацияның негізгі компоненттері — мақсат, ойын механикалары және динамика. Мұндай құрылым оқушыларды белсенді әрекетке ынталандырып, дереу кері байланыс алуға және жаңа мақсат қоюға мүмкіндік береді. Зерттеулер геймификацияның танымдық қана емес, әлеуметтік-эмоционалдық дағдыларды да (топпен жұмыс, табандылық, сәтсіздікпен жұмыс) дамытуға ықпал ететінін көрсетеді.

Дегенмен, ойын элементтерін шамадан тыс қолдану мотивацияның төмендеуіне әкелуі мүмкін. Сол себепті геймификация дәстүрлі әдістермен үйлесімді болуы тиіс. Сонымен бірге, әрбір оқушының ерекшеліктерін ескеру маңызды — біреуді ойын ынталандырса, екіншісіне ол тиімсіз болуы мүмкін. Соңғы жылдары геймификация білім беру процесіне кеңінен енгізілуде. Оның ең кең тараған түрлерінің бірі — балл жинау, деңгейге өту, жетістік ашу сияқты жүйелер. Мұғалімдер оқушылардың үй тапсырмасын орындауы, сабаққа қатысуы немесе жақсы нәтижелері үшін балл беріп, белгілі бір деңгейге жеткен оқушыларға виртуалды марапаттар тағайындайды. Тағы бір тәсіл — оқушылардың прогресін деңгейлер жүйесі арқылы көрсету. Әр деңгейге белгілі тапсырмалар мен міндеттер сәйкестендіріледі. Бұл өз кезегінде балалардың нақты мақсат қоюына мүмкіндік береді. Сонымен қатар, топтық ойындар мен командалық турнирлер де жиі қолданылады. Бұл оқушылардың өзара әрекетін, ұжымдық жұмыс дағдыларын дамытады. Наградалар да геймификацияның маңызды бөлігі — мақтау парақтары, сертификаттар, кішкентай сыйлықтар немесе сыныптағы ерекше рөлдер мотивациялық әсер береді. Алайда, тиімді геймификация үшін мұғалімдердің оқушылардың жеке ерекшеліктерін ескеруі маңызды. [2, 39-50 бб].

Геймификация оқу материалын меңгеру сапасын арттырып, бірқатар дағдыларды дамытуға көмектеседі. Ойын барысында оқушылар ақпаратты талдап, шешім қабылдай отырып, сыни және шығармашылық ойлауын дамытады. Сонымен қатар ойын оқытуды қызықты етеді, бұл оқу мотивациясын арттырады.Балл жинау жүйесі оқушыларға өз прогресін бақылауға мүмкіндік береді. Бұл уақытты жоспарлау, басымдықтарды белгілеу сияқты өмірлік маңызды дағдыларды қалыптастырады. [3, 79-83 бб].

Геймификацияның тағы бір маңызды артықшылығы — топтық жұмыс. Топтық ойындар арқылы балалар ынтымақтастық, коммуникация, өз пікірін дәлелдеу дағдыларын дамытады. Ойын элементтері арқылы дереу кері байланыс берудің мүмкіндігі де үлкен рөл атқарады. [4, 24-27 бб].

Қазіргі білім беру үдерісінде цифрлық технологиялар оқу сапасын арттыруда ерекше рөл атқарады. Солардың ішінде **Genially** (genially.ru) — мұғалімдерге интерактивті презентациялар, ойындар, викториналар, инфографикалар және білім беру контентін жасауға мүмкіндік беретін заманауи платформа. Оның тиімділігі әсіресе бастауыш сыныптарда айқын көрінеді, себебі кіші жастағы оқушылар визуалды және ойын түріндегі материалдарды жақсы қабылдайды. Математика пәнін оқытуда Genially платформасын қолдану — оқушы қызығушылығын оятып, оқу үдерісін белсенді әрі тартымды ететін жаңашыл әдіс.

Қандай артықшылықтарын атап өтуге болады?

Genially арқылы мұғалімдер:қимылдайтын объектілер, анимациялар,ашылмалы тапсырмалар, жасырын элементтер қоса алады. Бұл балалардың зейінін ұзақ сақтап, математикалық ұғымдарды нақты түсінуге көмектеседі.

Genially дайын шаблондар арқылы: «Квест» ойынын, «Кім жылдам?» викторинасын, пазл-есептерді, математикалық лабиринттерді жеңіл жасауға мүмкіндік береді. Ойын түріндегі тапсырмалар оқушылардың ішкі мотивациясын арттырады.

Genially интерфейсі жеңіл болғандықтан, мұғалім арнайы бағдарламалауды білмей-ақ:презентациялар,тесттер, мини-ойындар дайындай алады. Сабаққа дайындық уақыты қысқарады, материал сапасы артады.

Платформада топтық жарыстар,жұптық тапсырмалар,жеке траектория бойынша деңгейлік жұмыстар жасауға болады.Бұл саралап оқытуға қолдау көрсетеді.

Genially платформасын математика сабақтарында қолдану тәсілдері:

1. Математикалық квесттер. Мысалы, «Жоғалған сандарды тап», «Құпия санды аш» сияқты тапсырмалар. Оқушылар деңгейлерден өтіп, дұрыс есеп шығару арқылы келесі кезеңге өтеді.

2. Интерактивті есептер. Genially арқылы дайындалған есептерде:дұрыс жауапты тапса — смайл,қате жауап болса — ескерту белгісі пайда болады. Бұл оқушыны бірден кері байланыспен қамтамасыз етеді.

3. Геометриялық фигуралармен жұмыс.Оқушылар:фигураларды таңдап,орнын ауыстырып,салыстырып, жіктей алады.

4. Логикалық ойындар. Genially логикалық тапсырмаларды визуалды етуге мүмкіндік береді:ретпен орналастыру,сәйкестендіру,сөйлемді/формуланы толықтыру,пазл жинау.

5. Тест және бақылау жұмыстары. Genially-дің интерактивті тесттері:

автоматты тексерумен, бірден нәтиже көрсетумен ерекшеленеді. Мұғалім уақыт үнемдейді, ал оқушы нақты кері байланыс алады.

Жоғарыда аталған артықшылықтарға практикалық мысалдар келтіретін болсақ:

1. «10 көлеміндегі қосу-азайту» ойыны

Оқушы дұрыс есепті тапса — есік ашылады, келесі бөлмеге өтеді. Қате жауап — қайта ойлануға мүмкіндік береді.

2. «Фигураларды тап» интерактиві

Балалар сурет ішіндегі фигураларды тауып, жасырулы қабаттарды ашады. Бұл зейінді, көру қабілетін дамытады.

3. «Уақытты өлшеу» тақырыбы

Genially-ден сағат үлгісін жасап, оқушы тетігін қозғап, уақытты өзгерте алады.

Genially платформасы бастауыш сынып математикасын оқытуды жаңа деңгейге көтеретін тиімді құрал. Интерактивтілік, геймификация, тартымды визуализация — кіші жастағы оқушылар үшін математиканы қызықты әрі түсінікті етеді. Сабақтың сапасын арттырып, оқушылардың белсенділігін күшейтуге мүмкіндік береді.

Сондықтан Genially-ді математика сабақтарына енгізу — заманауи мұғалім үшін маңызды және нәтижелі әдіс.

Геймификация оқу үдерісін интерактивті және қызықты етуге мүмкіндік береді, бұл әсіресе білім беруді цифрландыру жағдайында өзекті. Геймификация оқуға деген көзқарасты айтарлықтай өзгертеді, бұл оны қызықты және белсенді етеді [5, 14-15 бб].

Оқытуды геймификациялау үшін дидактикалық әлеуеті бар бағдарламалық ресурстар мен платформалардың ауқымы өте кең және алуан түрлі. Жоғарыда аталған платформалар мен білім беру ресурстарын пайдалану ойын элементтерін білім беру үдерісіне біріктіруге мүмкіндік береді, бұл оқушылардың ынтасы мен белсенділігін арттыруға ықпал етеді. Белгілі бір құралды таңдағанда оқу мақсаттарын, оқушылардың жас ерекшеліктерін және оқу материалының көп түрлігін ескеру қажет. Заманауи платформалар бағалау жүйелері мен жетістіктерден бастап бірлескен ойын тапсырмаларына дейін әртүрлі құралдарды ұсынады, бұл мұғалімдерге әрбір жеке оқушыға көзқарасты бейімдеуге мүмкіндік береді.

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. Мадаев, С. М., Алихаджиев, С. Х. Геймификация в образовательной среде. // Тенденция разбития науки и образования – 2023.-115-117с
2. Бекенова, С. С., Бекенова, А. С., Муталова, Ж. С. Білім берудегі геймификация модельдерін талдау.// Вестник Торайгыров Университета, – 2022, –№ 4,-39-50 бб
3. Нургалиев, М. К., Алимжанова, Л. М. Геймификация в образовании.// Международный журнал информационных и коммуникационных технологий, – 2021, –№ 2, ,-79-83 с
4. Абдыкеров, Ж.С. Геймификация в образовании / Ж.С. Абдыкеров // Высшее образование сегодня. – 2018. – №2. – 24–27с
5. Әбілқасымова, А. "Геймификация әдісін бастауыш сынып оқушыларын оқытуда қолдану." // Педагогика журналы, -2020, -№3, – 14-15 бб

https://doi.org/10.5281/zenodo.18535192
ӘОЖ 512.64:004.42

MAPLE ЖҮЙЕСІН ПАЙДАЛАНЫП ВЕКТОРЛЫҚ АЛГЕБРАНЫ ТИІМДІ ОҚЫТУ ТӘСІЛДЕРІ

АМАНГЕЛДІ ҰЛДАНА ЖӘНІБЕКҚЫЗЫ
М.Х. Дулати атындағы Тараз университеті Технологиялық факультетінің студенті

Ғылыми жетекші – **ЕГЕМБЕРДІ ШЫНАР ҚАНАТҚЫЗЫ**
Тараз, Қазақстан

Аннотация: *Бұл мақалада Maple бағдарламалық есептеулер жүйесінде векторлық алгебра есептерін шешу әдістері қарастырылған. Мақаланы теориялық және тәжірибелік деп екі бөлімге жіктеп қарастырдым. Мақаланың теориялық бөлімінде вектор, норма және базис ұғымдарына анықтама беріліп, олардың математикалық мәні ашылған. Ал тәжірибелік бөлімінде linalg командасының көмегімен векторларды анықтау, олардың скалярлық және векторлық көбейтінділерін табу, сондай-ақ Грамм-Шмидт әдісі арқылы векторлар жүйесін ортогональдау жолдары көрсетілген. Мақаланың басты мақсаты – Maple компьютерлік жүйесін қолдана отырып, векторлық алгебраның негізгі есептерін шешудің тиімді жолын көрсету және linalg командасының мүмкіндіктерін талдау. Міндеттері – Maple ортасында векторларды анықтаудың әртүрлі тәсілдерін сипаттау. Зерттеу нәтижесінде векторлық есептеулердің дәлдігі мен жылдамдығын арттыруда компьютерлік бағдарламалардың тиімділігі көрсетілді. Теориялық тұжырымдар нақты мысалдар және есептер арқылы дәлелденіп, олардың практикалық маңызы айқындалды. Бұл векторлық алгебраның қолданбалы мүмкіндіктерін терең түсінуге жағдай жасайды. Материал жоғары оқу орындарының оқу бағдарламасына қосымша құрал ретінде ұсынылады.*

Кілт сөздер: *Maple, векторлық алгебра, linalg, normalize, basis, Грамм-Шмидт әдісі, vector.*

Сызықтық алгебра – математиканың ең маңызды бөлімдерінің бірі. Бұл бөлім келесідей негізгі тарауларды қамтиды: Векторлық алгебра, Матрицалармен жұмыс, Матрицаның спектрлік анализі, Сызықтық теңдеулер жүйесі және матрицалық теңдеулер. Соның ішінде біз «векторлық алгебра» тарауын қарастырамыз.

Қазіргі таңда жоғары оқу орындарында математиканы оқыту барысында ақпараттық технологияларды қолдану ерекше маңызға ие. Әсіресе компьютерлік алгебра жүйелері күрделі есептерді жылдам әрі дәл орындауға мүмкіндік береді. Осындай жүйелердің бірі – Maple бағдарламасы, ол математиканың түрлі бөлімдерінде, соның ішінде векторлық алгебрада кеңінен қолданылады.

Maple – символдық және сандық есептеулерді орындауға арналған қуатты компьютерлік алгебра жүйесі. Бұл бағдарлама математикалық формулалармен жұмыс істеуге, күрделі есептеулерді автоматты түрде орындауға мүмкіндік береді.

Векторлық алгебра – бұл векторларды және оларға қолданылатын амалдарды (қосу, санға көбейту, скалярлық және векторлық көбейтінділер) зерттейтін алгебраның бөлімі. Векторлық алгебра кеңістік есептерді шешудің негізі болып табылады және физика, компьютерлік графика, т.б. көптеген салаларда қолданыс табады. Сондықтан бұл тарауды оқыту кезінде теориялық білімді тәжірибемен ұштастыру өзекті мәселе болып табылады. Maple жүйесі осы мақсатты жүзеге асыруға тиімді құрал ретінде қарастырылады. Бағдарламада векторлармен, матрицалармен, функциялармен жұмыс істеуге арналған арнайы пакеттер бар. Векторлық алгебра есептерін шешуге арналған командалардың негізгі бөлігі linalg пакетіне жинақталған. Сондықтан, векторлармен жұмысты бастамас бұрын осы команданы жүктеп алу керек:

$with(linalg)$. [1]

Вектор дегеніміз – бағыты және ұзындығы бар математикалық шама. Яғни, геометриялық тұрғыдан вектор кеңістікте бағытталған кесінді ретінде қарастырылады, ал алгебралық тұрғыдан ол координаталар жиыны арқылы беріледі. Векторлар бір-біріне параллель көшіру арқылы тең деп есептеледі, яғни олардың бағыты мен ұзындығы бірдей болса жеткілікті.

Векторлар сызықтық алгебраның негізгі элементтері болып табылады және олар арқылы көптеген физикалық шамалар сақталады. Maple жүйесінде векторларды координаталық түрде беру олардың үстінде түрлі амалдарды орындауды жеңілдетеді. [2]

Maple жүйесінде векторларды анықтау үшін $vector([x1, x2, \ldots, xn])$ командасы қолданылады. Мұнда квадрат жақша ішінде вектордың координаттары үтір арқылы жазылады. Мысалы:

$> x := vector([1,0,0]);$

$$x := [1,0,0]$$

Анықталған x векторының нақты бір координатасын алу үшін $x[i]$ командасы қолданылады, мұндағы i – координатасының реттік нөмірі. Мәселен, жоғарыда келтірілген мысалдың бірінші координатасын былай табуға болады:

$> x[1];$

$$1$$

Векторды тізімге (list) және керісінше тізімді векторға айналдыру үшін келесі командалар қолданылады: $convert(vector, list)$ – векторды тізімге айналдыру, $convert(list, vector)$ – тізімді векторға айналдыру.[3]

Векторларға амалдар қолдану және векторларды қосуды қарастырайық.

Векторларды қосу амалы олардың координаталарын сәйкес компоненттері бойынша қосу арқылы жүзеге асырылады. Бұл тәсіл векторлардың геометриялық мағынасын сақтай отырып, есептеулерді оңай орындауға мүмкіндік береді. Векторларды қосудың екі жолы бар. Maple бағдарламасында векторларды қосу автоматты түрде жүзеге асқандықтан, алынған нәтиженің дұрыстығын тексеру жеңілдейді және есептеу барысында қателіктердің алдын алуға жағдай жасалады. Мәселен екі a, b векторлары берілген делік. Екі векторды қосу үшін:

$$evalm(a + b);$$

$$matadd(a, b).$$

Егер векторлардың сызықтық комбинациясын (мысалы, $\alpha a + \beta b$, мұнда α, β – скаляр шамалар) есептеу керек болса, келесі команда қолданылады:

$$matadd(a, b, alpha, beta).$$

Сызықтық комбинация ұғымы векторлар арасындағы тәуелділік пен тәуелсіздікті анықтауға мүмкіндік береді. Бұл ұғым векторлық кеңістіктің негізгі қасиеттерін сипаттайды. Maple ортасында сызықтық комбинацияны есептеу параметрлерді өзгерту арқылы әртүрлі қиын жағдайларды талдауға мүмкіндік беріп, есептерді зерттеу сипатында орындауға жағдай жасайды. [4]

Векторлардың векторлық, скалярлық көбейтінділері және векторлар арасындағы бұрышты тауып көру керек.

Екі вектордың скалярлық көбейтіндісі $(a, b) = \sum_{i=1}^{n} a_i b_i$ дегеніміз – нәтижесі бір сан (скаляр) болатын амал. Ол векторлардың модульдерінің көбейтіндісін және олардың арасындағы бұрыштың косинусын көбейту арқылы анықталады.

Скалярлық көбейтінді векторлар арасындағы өзара байланысты анықтауға мүмкіндік береді. Оның көмегімен векторлардың өзара перпендикуляр немесе бағыттас екендігін тексеруге болады. Maple бағдарламасында бұл амалдың автоматты түрде орындалуы есептің геометриялық мағынасын тереңірек түсінуге жағдай жасайды.

Maple бағдарламасында бұл амалды келесі команда арқылы табамыз: $dotprod(a, b)$

Екі вектордың векторлық көбейтіндісі $[a, b]$ дегеніміз – нәтижесі вектор болып табылатын амал. Бұл вектордың модулі екі вектор модульдерінің көбейтіндісіне және олардың арасындағы бұрыштың синусына тең.

Векторлық көбейтінді векторлар арасындағы кеңістік байланысты сипаттайтын маңызды амал болып табылады. Оның нәтижесінде алынатын вектор бастапқы екі векторға перпендикуляр бағытталады. Maple жүйесінде бұл амалдың орындалуы векторлардың өзара бағытын көрнекі түрде талдауға мүмкіндік береді, сонымен қатар кеңістік есептерді түсінуді жеңілдетеді.

Maple бағдарламасында векторлық көбейтінді $crossprod(a, b)$ командасы арқылы есептеледі.

Екі вектор арасындағы бұрыш дегеніміз – бір векторды екіншісіне параллель көшіру арқылы алынған, олардың бағыттары арасындағы ең кіші бұрыш.

Векторлар арасындағы бұрыш олардың бағыттарының өзара орналасуын сипаттайды және кеңістік есептерді шешуде маңызды рөл атқарады. Бұрыштың мәнін анықтау арқылы векторлардың бағыттас, қарама-қарсы немесе перпендикуляр екенін анықтауға болады. Maple бағдарламасын қолдану бұл шаманы дәл есептеп қана қоймай, алынған нәтижені геометриялық тұрғыдан түсінуге мүмкіндік береді.

Maple бағдарламасында бұл амалды мына команда арқылы табамыз: $angle(a, b)$. [5]

Вектордың нормасы.

Вектордың нормасы – вектордың ұзындығын (модулін) сипаттайтын сан. Норма вектордың басынан соңына дейінгі қашықтыққа тең.

Вектордың нормасы көптеген қолданбалы есептерде маңызды рөл атқарады. Атап айтқанда, бірлік векторларды алу және векторларды салыстыру барысында норма ұғымы кеңінен қолданылады. Maple ортасында векторды нормалау есептеу қадамдарын қысқартып, нәтижені дәл алуғамүмкіндік береді.

Maple бағдарламасында модулі $\|a\| = \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_n^2}$ тең болатын $a = (x_1, \dots, x_n)$ векторының нормасын $norm(a, 2)$ командасымен есептейміз.

Векторды нормалау – бағыты сақталған бірлік векторды алуға мүмкіндік береді. Maple бағдарламасында нормалау командасын қолдану есептеуді автоматтандырып қана қоймай, алынған нәтижені талдауды жеңілдетеді.

Векторды нормалауға $normalize(a)$ командасы қолданылады, оның нәтижесінде бірлік ұзындықтағы вектор алынады:[6]

$$\frac{a}{\|a\|}$$

Векторлар жүйесінің базисі мен Грамм – Шмидт ортогональдау процесін қарастырайық.

Векторлар жүйесінің базисі – берілген векторлық кеңістікті тудыратын және сызықтық тәуелсіз болатын векторлар жүйесі. Егер n вектордан тұратын $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ жүйе берілсе, онда $basis([a1, a2, \dots, an])$ командасының көмегімен осы жүйенің базисін табуға болады.

Векторлар жүйесінің базисі векторлық кеңістіктің құрылымын сипаттайтын негізгі ұғымдардың бірі болып табылады. Базис арқылы кеңістіктегі кез-келген векторды сызықты комбинация түрінде өрнектеуге болады. Maple бағдарламасында базисті автоматты түрде анықтау есептердің алгоритмін жеңілдетіп, есептеу процесінің көрнекілігін арттырады.

Грамм – Шмидт ортогональдау процесі – сызықтық тәуелсіз векторлар жүйесінен сол кеңістікті тудыратын өзара ортогональ (немесе ортонормаль) векторлар жүйесін алу процесі.

Грамм – Шмидт ортогональдау процесі сызықтық алгебрадағы маңызды әдістердің бірі болып табылады. Бұл әдіс бастапқыда берілген сызықтық тәуелсіз векторлар жүйесінен өзара ортогональ немесе ортонормаль векторлар жүйесін алуға мүмкіндік береді.

Maple бағдарламасында бұл процесті орындау алгоритмнің әрбір қадамын бақылауға және нәтижені талдауға жағдай жасайды. Бұл әсіресе студенттер үшін ортогональдау процесінің мәнін түсінуде өте тиімді.

Maple бағдарламасында сызықтық тәуелсіз $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ векторлар жүйесін $GramSchmidt([a1, a2, .., an])$ командасы арқылы ортогональдауға болады. [7]

Зерттеу материалын тиімді игеру мақсатында теориялық тұжырымдарды нақты тәжірибелік есептермен толықтыра өтейік.

Есеп 1. Екі вектор берілген: $a = (2,1,3,2)$, $b = (1,2,-2,1)$. Векторлардың скаляр көбейтіндісін және олардың арасындағы бұрышын табу керек.

Есепті шешіп көрейік:

$> with(linalg)$:

$> a := ([2,1,3,2]); b := ([1,2,-2,1]);$

$$a := [2,1,3,2]$$
$$b := [1,2,-2,1]$$

$> dotprod(a, b);$

$$0$$

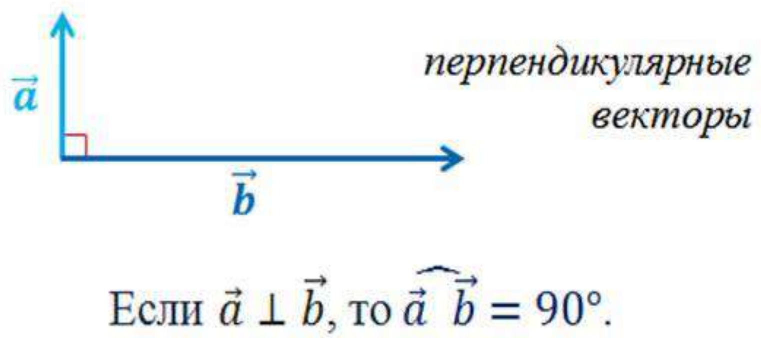
$> phi = angle(a, b);$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

1-кесте. Векторлардың скалярлық көбейтіндісі мен арасындағы бұрыш.

Векторлар	Скалярлық көбейтінді	Бұрыш (градус)
$a = (2,1,3,2), b = (1,2,-2,1)$	$(a, b) = 0$	$\phi = \frac{\pi}{2} = 90°$

Кестеден көрініп тұрғандай, берілген a, b векторларының скалярлық көбейтіндісі нөлге тең, яғни векторлар өзара перпендикуляр. Бұл нәтиже олардың арасындағы бұрыштың $90°$ −қа тең екендігін дәлелдейді және скалярлық көбейтіндінің геометриялық мағынасын нақты көрсетеді.



Жауабы: $(a, b) = 0, \phi = \frac{\pi}{2}$

Есеп 2. Екі вектор берілген: $a = (2, -2,1), b = (2,3,6)$. Берілген векторлардың векторлық көбейтіндісін $c = [a, b]$, содан соң (a, c) скаляр көбейтіндісін есептеу қажет.

Тиісті командалары бойынша есептейміз:

$> restart; with\ (linalg)$:

$> a := ([2, -2,1])\ ; b := ([2,3,6])\ ;$

$$a := [2, -2,1]$$
$$b := [2,3,6]$$

$> c := crossprod(a, b)\ ;$

$$c := [-15, -10,10]$$

$> dotprod(a, c)\ ;$

$$0$$

2-кесте. Векторлық және скалярлық көбейтінді.

Векторлар	Векторлық көбейтінді	Скалярлық көбейтінді
$a=(2,-2,1), b=(2,3,6)$	$c=[a,b]=[-15,-10,10]$	$(a,c)=0$

Кестеден көріп тұрғанымыздай, векторлардың векторлық және скалярлық көбейтінділерін Maple бағдарламасында есептеп, алынған мәндерді кестеде бейнеледік. Бұл әдіс векторларды көбейту процесін жеңілдетеді және есептеу көрнекілігін арттырады.

Жауабы: $[a,b]=[-15,-10,10],(a,c)=0$

Есеп 3. a векторы берілген: $a=(2,-2,1)$. a векторының нормасын табыңыз.

$> restart; with\ (linalg):$

$> a := vector([1,2,3,4,5,6]) : norm\ (a,2)\ ;$

$$\sqrt{91}$$

3-кесте. Вектордың нормасын есептеу.

Вектор	Координаттары	Норма мәні
a	$(2,-2,1)$	$\|a\|=\sqrt{91}$

Вектор нормасының мәнін көрсету үшін есептеу нәтижелері кестеге түсірілді. Алынған мән Maple бағдарламасының көмегімен есептеліп, нәтижесінің дәлдігі қамтамасыз етілді.

Жауабы: $\|a\|=\sqrt{91}$

Есеп 4. Векторлар жүйесі берілген: $a_1=(1,2,2,-1), a_2=(1,1,-5,3), a_3=(3,2,8,7), a_4=(0,1,7,-4), a_5=(2,1,12,-10)$. Жүйенің базисін тауып, базис үшін Грамм – Шмидт ортогональдау процесін орындаңыз.

$> restart; with\ (linalg):$

$> a1 := vector([1,2,2,-1]):$

$a2 := vector([1,1,-5,3]):$

$a3 := vector([3,2,8,7]):$

$a4 := vector([0,1,7,-4]):$

$a5 := vector(2,1,12,-10):$

$> g := basis([a1,a2,a3,a4,a5]);$

$$g := [a1,a2,a3,a4,a5]$$

$> GramSchmidt(g)\ ;$

$$\left[[1,2,2,-1],[2,3,-3,2],\left[\frac{81}{65},\frac{-93}{65},\frac{327}{65},\frac{549}{65}\right],\left[\frac{1633}{724},\frac{-923}{724},\frac{-71}{724},\frac{-355}{724}\right]\right]$$

Жауабы: $\left[[1,2,2,-1],[2,3,-3,2],\left[\frac{81}{65},\frac{-93}{65},\frac{327}{65},\frac{549}{65}\right],\left[\frac{1633}{724},\frac{-923}{724},\frac{-71}{724},\frac{-355}{724}\right]\right]$

Зерттеу нәтижелері бойынша, Maple бағдарламалық есептеулер жүйесін пайдалану векторлық алгебраға қатысты есептерді шешу процесін едәуір жеңілдететіні анықталды. Атап айтқанда, linalg пакетін қолдану арқылы векторларды анықтау, олардың скалярлық және векторлық көбейтінділерін анықтау, вектор нормасын табу және векторлар жүйесін ортогональдау амалдары қысқа уақыт ішінде дәл орындалды.

Практикалық есептерді Maple ортасында орындау қолмен есептеумен салыстырғанда арифметикалық қателердің алдын алуға мүмкіндік береді және есептеудің көрнекілігін арттырырады. Сонымен қатар Грамм – Шмидт ортогональдау процесін компьютерлік әдіспен жүзеге асыру векторлар жүйесінің базисін табуды түсінуді жеңілдететіні байқалды. Зерттеу нәтижелері Maple жүйесінің векторлық алгебраны оқытуда тиімді құрал екенін көрсетті.

Қорытындылай келе, Maple бағдарламасын векторлық алгебра тақырыптарын оқытуда қолдану оқу процесінің сапасын арттыруға мүмкіндік береді. Бағдарламалық есептеулер теориялық ұғымдарды нақты тәжірибелік мысалдармен ұштастыруға жағдай жасап, студенттердің алгоритмдік және логикалық ойлау қабілетін дамытады.

Векторлармен орындалатын негізгі амалдарды авмоттандыру арқылы уақыт үнемделіп, есептерді шешудің дәлдігі қамтамасыз етіледі. Сондықтан Maple жүйесін жоғары оқу орындарына сызықтық және векторлық алгебра курстарын оқытуда қосымша әдістемелік құрал ретінде қолдану тиімді деп есептеледі.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. Абдрахманов Т.Ш., Тұрсынбаев А.Б., Компьютерлік математика және Maple жүйесі – Алматы: Білім, 2021. – 128 б.
2. Васильев А.Н., Mathcad 13 на примерах – Санкт-Петербург,«БХВ Петербург»,2006. -528 с.
3. Говорухин В.Н., Цибулин В.Г., Введение в Maple. Математический пакет для всех – М.:Мир, 1997. – 201 с.
4. Дьяконов В.П., Maple 8 в математике, физике и образовании – Москва: СОЛОН – Пресс, 2003. – 644 с.
5. Касюк С. Т. Логвинова А. А., Высшая математика на компьютере в программе Maple 14 – 2011. – 57 с
6. Мельникова И.В., Компьютерная математика в системе Maple: Практическое руководство – Санкт – Петербург: Питер, 2016. – 317 с.
7. Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г., Методы решения математических задач в Maple:Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с

\

https://doi.org/10.5281/zenodo.18535956

ФОРМИРУЮЩЕЕ ОЦЕНИВАНИЕ КАК СРЕДСТВА ИНДИВИДУАЛИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

ДЖОНМИРЗОЕВ ЭРАДЖ
Республиканский институт повышения квалификации и переподготовки работников сферы образования, кандидат педагогических наук
ДГПУ- ДУШАНБЕ

Научный руководитель – **МАНСУР НУГМАНОВ**

ИСМОИЛОВА САБОХАТ
Доктор (PhD) Таджикского национального университета.

Научный руководитель – **ЭРАДЖ ДЖОНМИРЗОЕВ**

РОЗИЯ НЕКБАХТШОЕВА
Доктор (PhD) Хорогского национального университета.

Научный руководитель – **ЭРАДЖ ДЖОНМИРЗОЕВ**
ХГУ- ХОРОГ

Аннотация. *В статье рассматривается формирующее оценивание как ключевой инструмент индивидуализации обучения математике в современной школе. Обоснована необходимость перехода от традиционной системы оценивания к формирующему подходу, ориентированному на поддержку индивидуального учебного прогресса учащихся. Раскрываются основные принципы формирующего оценивания, описываются его инструменты и возможности их практического применения на уроках математики. Особое внимание уделяется роли конструктивной обратной связи, самооценки и взаимооценки в развитии учебной самостоятельности учащихся.*

Ключевые слова: *формирующее оценивание, индивидуализация обучения, математика, критерии успеха, учебный прогресс, обратная связь.*

В современном мире стремительное развитие науки и технологий, а также процессы глобализации требуют комплексного подхода к решению различных научных и практических задач. Одним из актуальных направлений исследований сегодня является изучение **(укажите тему вашего исследования)**, которое имеет значительное влияние на научное развитие и практическое применение в различных сферах.

Актуальность данной темы определяется тем, что она позволяет глубже понять существующие системы и предложить новые подходы к решению возникающих проблем. В условиях современного общества, где растет конкуренция и потребность в инновациях, проведение систематических исследований в этой области имеет ключевое значение не только для расширения научных знаний, но и для обеспечения устойчивого социального, экономического и технологического развития.

Основная цель данного исследования заключается в **(укажите цель исследования)**, что позволит получить конкретные результаты и выявить пути решения существующих проблем. В рамках работы ставятся следующие задачи: анализ литературы и имеющихся данных, сравнение различных методологий, предложение новых подходов и оценка их эффективности.

Таким образом, статья направлена на то, чтобы не только удовлетворить научные требования, но и оказать практическое влияние на соответствующие сферы. Результаты исследования могут служить основой для дальнейших научных работ и внедрения инновационных решений. Актуальность темы также проявляется в подготовке молодых специалистов и повышении их профессионального уровня в области науки и практики.

Исследование сочетает теоретическую и практическую значимость, обеспечивая интеграцию науки и практики при анализе современных проблем. Оно создаёт надежную научную базу для разработки рекомендаций и стратегий дальнейшего практического применения.

Современное школьное образование ориентировано на развитие личности учащегося, формирование у него не только предметных знаний, но и универсальных учебных умений, способности к самоанализу и самостоятельному обучению. В этих условиях особую актуальность приобретает индивидуализация обучения, предполагающая учёт уровня подготовки, темпа усвоения материала, познавательных интересов и образовательных потребностей каждого ученика.

Индивидуализация обучения невозможна без адекватной системы оценивания, способной отражать не только конечный результат, но и процесс продвижения учащегося в обучении. Традиционная система оценивания, как правило, ориентирована на контроль знаний и выставление отметки. При этом учащийся получает лишь итоговый балл, не всегда понимая причины допущенных ошибок и пути дальнейшего улучшения результата.

В связи с этим особое значение приобретает формирующее оценивание, которое рассматривает оценку как инструмент поддержки обучения и развития учащегося. Формирующее оценивание позволяет сместить акцент с сравнения учащихся между собой на анализ индивидуального учебного прогресса каждого ребёнка.

Цель данной статьи — раскрыть возможности формирующего оценивания как средства индивидуализации обучения математике и показать практические пути его внедрения в учебный процесс.

1. Индивидуализация обучения в современной педагогике

Индивидуализация обучения рассматривается в педагогике как целенаправленный процесс создания условий для развития личности ученика с учётом его индивидуальных особенностей. В преподавании математики индивидуализация проявляется в возможности выбора уровня сложности заданий, темпа работы, форм представления учебного материала и способов демонстрации результата.

Особую роль в реализации индивидуального подхода играет система оценивания. Именно она определяет, какие результаты обучения считаются значимыми и на что ориентируется учебный процесс. Если оценивание направлено исключительно на проверку запоминания и воспроизведения информации, то развитие мышления, рефлексии и самостоятельности остаётся на втором плане.

Таким образом, оценивание должно выполнять не только контрольную, но и развивающую функцию, помогая ученику осознавать собственные достижения и трудности, а учителю — корректировать образовательный процесс с учётом индивидуальных возможностей учащихся.

Индивидуализация обучения требует от преподавателя гибкости и внимательного отношения к каждому ученику. В педагогической практике выделяются несколько основных стратегий индивидуализации. К ним относятся дифференциация учебных заданий, использование индивидуальных образовательных маршрутов и адаптация содержания урока под интересы и способности учащихся.

Дифференциация позволяет учитывать уровень подготовки и скорость усвоения материала каждым учеником. Например, в рамках одного урока математики учащиеся могут работать над одинаковой темой, но выполнять задания разной сложности: от базового уровня до углублённого. Это создаёт ситуацию, в которой каждый ученик может достигать успеха, не испытывая при этом чувство отставания или перегрузки.

Индивидуальные образовательные маршруты помогают ученику самостоятельно планировать процесс обучения. Такие маршруты могут включать последовательность изучаемых тем, выбор форматов работы (письменные задания, практические упражнения, проекты), а также возможность использования современных цифровых ресурсов. Это способствует развитию автономности, ответственности и навыков самоорганизации.

Особое внимание в индивидуализации уделяется эмоциональному аспекту обучения. Учителю важно создавать атмосферу поддержки, где ошибки рассматриваются как часть образовательного процесса, а достижения каждого ученика отмечаются и поощряются. Исследования показывают, что положительное эмоциональное подкрепление повышает мотивацию и эффективность усвоения знаний.

Таким образом, индивидуализация обучения в современной педагогике — это не только адаптация учебного материала, но и комплексное внимание к личностным особенностям, темпу усвоения знаний и эмоциональному состоянию ученика. Она требует от педагогов высокой профессиональной компетентности, гибкости и постоянного анализа образовательного процесса.

2. Проблемы традиционного оценивания (расширение)

Традиционная система школьного оценивания исторически выполняла две основные функции: контроль знаний и ранжирование учащихся. Она фиксирует достигнутый результат, но практически не ориентирована на анализ процесса обучения и поддержку дальнейшего развития ученика.

К основным проблемам традиционного оценивания относятся:

- ориентация на итоговую отметку без разъяснения критериев;
- отсутствие систематической обратной связи;
- пассивная роль ученика в процессе оценивания;
- недостаточное внимание к индивидуальному прогрессу.

Эти проблемы приводят к тому, что отметка воспринимается учащимися как внешнее решение учителя и не способствует формированию ответственности за собственное обучение. При этом измерительная функция оценивания сохраняет свою значимость, поскольку итоговые оценки необходимы для подведения результатов обучения.

Однако современные исследования педагогики показывают, что традиционное оценивание часто снижает мотивацию учеников. Когда учащиеся не понимают, за что они получают ту или иную отметку, формируется чувство тревоги и несправедливости. Кроме того, отсутствие систематической обратной связи ограничивает возможность анализа ошибок и корректировки действий, что особенно важно для формирования навыков самостоятельного мышления и критического анализа.

Для решения этих проблем предлагается использовать формирующее оценивание (формативное). Оно ориентировано на процесс, а не только на результат. Примеры формирующего оценивания включают:

- комментарии учителя к выполненным заданиям с указанием сильных сторон и областей для улучшения;
- самооценку и взаимное оценивание среди учеников;
- использование портфолио, где фиксируются достижения и прогресс ученика;
- задания, предполагающие выбор уровня сложности и пути решения, что позволяет учитывать индивидуальные особенности.

Таким образом, сочетание традиционного и формирующего оценивания создаёт условия для более полного развития личности учащегося, поддерживает мотивацию и формирует навыки самостоятельного и ответственного подхода к обучению.

3. Сущность формирующего оценивания (расширенная версия)

Формирующее оценивание представляет собой непрерывный процесс взаимодействия между учителем и учащимися, направленный на улучшение качества обучения. Оно не ограничивается проверкой усвоенных знаний, а является инструментом поддержки образовательного процесса на каждом его этапе. В отличие от традиционного оценивания, которое фиксирует лишь конечный результат, формирующее оценивает процесс, выявляет проблемные зоны и помогает учащемуся развиваться индивидуально.

Основные компоненты формирующего оценивания включают:

- Постановку учебных целей, понятных и достижимых для ученика. Ясно сформулированная цель позволяет ученику понимать, к чему он стремится, и самостоятельно контролировать свой прогресс.
- Определение критериев успеха, которые заранее обсуждаются с учащимися. Когда ученик знает, по каким показателям будет оцениваться его работа, снижается тревожность и формируется ответственность за собственный учебный процесс.
- Анализ результатов деятельности, который включает не только выявление ошибок, но и объяснение, как их исправить, какие шаги предпринять для улучшения результата.
- Планирование дальнейших шагов обучения, что позволяет учителю и ученику совместно корректировать образовательный маршрут с учётом индивидуальных особенностей и темпа освоения материала.

Если итоговое оценивание отвечает на вопрос «чему ученик научился?», то формирующее оценивание помогает определить:

- где ученик находится на данный момент;
- какие трудности он испытывает;
- что необходимо сделать для улучшения результата.

Практическое применение формирующего оценивания может включать:

- регулярные мини-тесты с обратной связью, где обсуждаются ошибки и способы их исправления;
- самооценку и взаимное оценивание, когда учащиеся учатся критически анализировать свои работы и работы сверстников;
- использование портфолио и дневников успеха, фиксирующих индивидуальные достижения и прогресс в освоении учебного материала;
- адаптацию заданий под уровень ученика, позволяющую выбирать сложность и тип задания, наиболее соответствующий его возможностям и интересам.

Особое значение формирующее оценивание имеет в преподавании точных наук, например, математики. Здесь оно позволяет выявлять ошибки в логических рассуждениях, отслеживать прогресс в освоении алгоритмов решения задач, а также стимулирует развитие аналитического мышления и самостоятельности в работе с учебным материалом.

Таким образом, формирующее оценивание становится не просто инструментом контроля, а активным средством поддержки индивидуальной образовательной траектории ученика, создавая условия для формирования самостоятельного и мотивированного участника образовательного процесса.

4. Принципы формирующего оценивания (расширенная версия)

Формирующее оценивание основывается на нескольких ключевых принципах, которые обеспечивают его эффективность и помогают создать условия для индивидуального развития учащегося.

1. **Ориентация на развитие ученика.** Оценивание направлено не на ранжирование и сравнение с другими, а на фиксацию личного прогресса каждого ученика. Такой подход позволяет выявлять зоны роста, поддерживать мотивацию к обучению и формировать у учащихся чувство ответственности за собственный образовательный путь. Например, при изучении нового математического метода учитель отслеживает, как ученик осваивает отдельные этапы решения задач, отмечает прогресс и корректирует обучение индивидуально.

2. **Чёткие и понятные критерии успеха.** Учащиеся заранее получают информацию о том, какие результаты считаются успешными, и могут соотносить с ними свои действия. Это уменьшает стресс и способствует развитию навыка самооценки. В практике это может проявляться в виде заранее обсуждённых критериев при написании контрольной работы или

проекта, где учащийся знает, за что получит высокий балл, а на что стоит обратить внимание для улучшения.

3. **Прозрачность и объективность**. Формирующее оценивание строится на понятных и согласованных критериях, что делает оценку максимально объективной и справедливой. Прозрачность исключает субъективное мнение учителя как единственный фактор, влияющий на оценку, и позволяет ученику видеть конкретные достижения и пробелы. Например, при выполнении лабораторной работы в физике оцениваются чётко заданные пункты: правильность проведения эксперимента, точность расчетов, оформление отчёта.

4. **Учитель как наставник.** Педагог выступает не только как контролёр знаний, но и как наставник, сопровождающий процесс обучения. Он помогает ученику осмысливать результаты, выявлять трудности и планировать дальнейшие шаги. Важно, чтобы обратная связь была конструктивной и мотивирующей, а не только указывала на ошибки. Примером может служить обсуждение письменного задания, когда учитель вместе с учеником анализирует допущенные ошибки и предлагает пути их исправления, стимулируя самостоятельное мышление.

Эти принципы формирующего оценивания создают основу для образовательного процесса, ориентированного на индивидуальный рост учащихся. Они способствуют формированию навыков самоконтроля, ответственности за своё обучение и активной позиции в процессе получения знаний. Применение этих принципов особенно важно в условиях современной педагогики, где главной целью является не только освоение учебного материала, но и развитие личности учащегося, его критического и творческого мышления.

5. Инструменты формирующего оценивания на уроках математики (расширенная версия)

Формирующее оценивание предполагает использование разнообразных инструментов, которые помогают ученикам и учителям отслеживать процесс обучения, анализировать результаты и планировать дальнейшие действия. В преподавании математики особенно важны наглядные и структурированные методы, позволяющие учитывать индивидуальные особенности каждого учащегося.

5.1. Индивидуальные листы целей и планы действий. Индивидуальные листы целей позволяют ученикам формулировать собственные учебные задачи на уроке или на определённый период. С их помощью учащиеся могут планировать последовательность действий, ставить промежуточные цели и отмечать достигнутый прогресс. Например, при изучении темы «Квадратные уравнения» ученик может записать: «На этой неделе я научусь решать уравнения методом выделения квадрата и проверю себя на 10 примерах». Такой подход формирует осознанное отношение к обучению и развивает ответственность за результат.

5.2. Карта прогресса и шкала прогресса. Карта прогресса фиксирует уровень освоения ключевых математических умений и знаний, позволяя наглядно видеть, какие темы освоены полностью, а где требуется дополнительная практика. Шкала прогресса используется для самооценки понимания отдельных элементов темы и позволяет ученику отслеживать динамику своего развития. Например, по теме «Функции» можно составить шкалу: 1 — не понимаю, 2 — частично понимаю, 3 — понимаю, 4 — могу объяснить другим.

5.3. Чек-листы и оценочные рубрики. Чек-листы помогают учащимся проверить полноту выполнения задания и убедиться, что они не пропустили важные этапы решения. Оценочные рубрики позволяют определить уровень качества работы по заранее установленным критериям, что делает оценивание прозрачным и объективным. На уроке математики это может выглядеть так: при решении задачи с доказательством алгоритма рубрика оценивает правильность вычислений, логичность рассуждений и оформление ответа. Использование этих инструментов снижает уровень учебной тревожности и повышает мотивацию к самостоятельной работе.

5.4. Портфолио учащегося. Портфолио представляет собой систематизированную подборку учебных работ за определённый период: контрольные работы, проекты, тесты и самостоятельные задания. Оно позволяет наглядно отследить личный рост учащегося, фиксировать достижения и трудности, а также планировать дальнейшее обучение с учётом индивидуальных особенностей. Например, портфолио по алгебре может включать решения задач различного уровня сложности, проекты по моделированию реальных ситуаций и рефлексивные записи учащегося о пройденной теме.

5.5. Рефлексивные задания и обсуждение результатов. Дополнительно к перечисленным инструментам важным элементом формирующего оценивания являются рефлексивные задания. Ученики оценивают собственное понимание темы, определяют сложные моменты и формулируют вопросы для дальнейшей работы. Обсуждение результатов с учителем и одноклассниками позволяет корректировать план действий и обмениваться успешными стратегиями решения задач.

Использование этих инструментов в комплексе создаёт прозрачную и поддерживающую систему обучения, стимулирует самостоятельность и критическое мышление, помогает каждому ученику достигать личных образовательных целей.

6. Пример реализации формирующего оценивания (тема «График функций») — расширенная версия

При изучении темы «График функций» формирующее оценивание помогает организовать учебный процесс так, чтобы каждый ученик мог осознанно следить за собственным прогрессом и работать в комфортном темпе.

6.1. Постановка индивидуальных учебных целей. На этапе планирования урока учащиеся формулируют личные цели. Например, один ученик может поставить задачу «Научиться строить графики линейных функций и находить их пересечения с осями координат», другой — «Научиться изменять график функции при изменении коэффициентов». Важно, чтобы цели были конкретными, измеримыми и достижимыми, что позволяет ученикам отслеживать собственный прогресс и видеть результат работы.

6.2. Использование карты прогресса. Карта прогресса помогает фиксировать уровень освоения ключевых умений. Для темы «График функций» карта может включать навыки: построение графика линейной функции, определение углового коэффициента, анализ сдвигов графика по осям координат и интерпретацию полученных результатов. Ученики отмечают, какие навыки освоены полностью, какие — частично, а над чем ещё нужно работать. Такой визуальный инструмент способствует осознанию сильных и слабых сторон в изучении темы.

6.3. Шкалы самооценки. Шкалы самооценки позволяют учащимся самостоятельно оценивать своё понимание материала. Например:

- 1 — не понимаю влияние коэффициентов на форму графика;
- 2 — понимаю частично;
- 3 — понимаю и могу объяснить;
- 4 — понимаю и могу применять знания в решении задач. Регулярное использование шкалы помогает ученикам контролировать собственное обучение и видеть динамику прогресса.

6.4. Оценочные рубрики для мини-проектов. Мини-проекты могут включать построение нескольких графиков функций и анализ влияния параметров на их вид. Оценочная рубрика помогает объективно оценить работу по критериям: правильность построения, аналитическая глубина, оформление и аргументация. Это делает процесс оценивания прозрачным и мотивирует учащихся развивать как знания, так и навыки критического мышления.

6.5. Рефлексия и обсуждение результатов. После выполнения заданий ученики обсуждают свои результаты с учителем и одноклассниками. Учитель задаёт вопросы: «Какие трудности возникли при построении графиков?», «Как изменение коэффициентов влияет на форму графика?» Это стимулирует аналитическое мышление, позволяет скорректировать ошибки и планировать дальнейшее обучение.

Таким образом, применение формирующего оценивания на уроках по теме «График функций» создаёт условия для индивидуализации обучения, формирует ответственность за собственный прогресс и повышает мотивацию к изучению математики. Учащиеся не просто получают отметку, а активно участвуют в процессе освоения знаний, видят свои достижения и понимают, над чем ещё нужно работать.

7. Конструктивная обратная связь

Конструктивная обратная связь является неотъемлемым элементом формирующего оценивания, поскольку она направляет учебный процесс и помогает ученику понимать, где он находится на пути к освоению знаний. Для того чтобы обратная связь была эффективной, она должна соответствовать следующим критериям:

1. **Своевременность —** комментарии даются в процессе работы или сразу после выполнения задания, что позволяет ученику сразу корректировать ошибки.
2. **Конкретность —** учитель указывает на конкретные достижения и недочёты, избегая общих формулировок типа «молодец» или «надо лучше».
3. **Посильность —** рекомендации должны быть реалистичными и достижимыми для конкретного ученика.
4. **Поддерживающий характер —** обратная связь мотивирует, а не демотивирует, стимулируя дальнейшее развитие.

Эффективными приёмами конструктивной обратной связи являются:

- «Два плюса и совет» — ученик получает два конкретных положительных комментария и один совет по улучшению.
- «Что получилось — что улучшить — как улучшить» — позволяет ученику самостоятельно осмыслить результат и наметить план действий.
- Краткие индивидуальные обсуждения результатов работы — учитель обсуждает с каждым учеником успехи и трудности, что повышает осознанность и ответственность за процесс обучения.

Применение этих приёмов особенно важно на уроках математики, где навыки анализа и логического мышления формируются постепенно. Например, при работе над графиком функции учитель может указать: «Построение линейного графика выполнено правильно, но стоит обратить внимание на масштаб осей. Для этого попробуй использовать сетку с шагом 1». Такой подход позволяет корректировать ошибки на раннем этапе и стимулирует самостоятельное мышление.

8. Вовлечение учащихся в процесс оценивания

Вовлечение учеников в оценивание делает обучение более активным и осознанным. Основными инструментами являются самооценка и взаимооценка, которые развивают у учащихся умение анализировать собственную деятельность, выявлять сильные стороны и зоны роста.

- Самооценка помогает ученику соотносить свою работу с заранее определёнными критериями и понять, чего удалось достичь, а что требует доработки. Например, ученик может оценить своё умение строить графики функций по шкале от 1 до 4, аргументируя выбор конкретным примером из своей работы.
- Взаимооценка предполагает, что учащиеся оценивают работы друг друга, предоставляя конструктивные комментарии. Это развивает критическое мышление, умение формулировать аргументы и уважать мнение других.

Дополнительные инструменты вовлечения:

- Рефлексивные карточки — на каждой карточке ученик отмечает, что понял, какие трудности возникли и что планирует улучшить.
- Дневники обучения — позволяют фиксировать прогресс, ошибки и успехи в освоении темы.
- Формативные опросы — быстрые анкеты или онлайн-опросы, которые дают учителю информацию о степени усвоения материала и позволяют адаптировать дальнейшие задания.

Применение этих методов на уроках математики позволяет ученикам осознанно подходить к изучению материала, видеть собственный прогресс и активнее участвовать в процессе обучения. Например, при работе над темой «График функций» учащиеся могут самостоятельно оценивать точность построенных графиков, корректировать ошибки и давать советы одноклассникам по улучшению их работы.

Формирующее оценивание является современным и эффективным инструментом индивидуализации обучения в математике. Его использование позволяет не только фиксировать достигнутые результаты, но и активно поддерживать процесс развития каждого ученика, учитывая его индивидуальные способности, темп освоения материала и личные образовательные цели.

Применение формирующего оценивания способствует:

1. Повышению мотивации учащихся — когда ученики видят свой прогресс и получают конструктивную обратную связь, их интерес к изучению математических тем возрастает.
2. Развитию самостоятельности и ответственности — учащиеся учатся ставить личные цели, планировать действия и оценивать собственные достижения, что формирует навыки саморегуляции.
3. Улучшению качества усвоения материала — регулярная обратная связь и возможность корректировать ошибки на ранних этапах обучения способствуют более глубокому пониманию математических понятий.
4. Снижению учебной тревожности — прозрачные критерии, чек-листы, карты прогресса и портфолио делают процесс обучения предсказуемым и понятным, что уменьшает стресс и страх перед оценкой.

Таким образом, формирующее оценивание превращает оценку из формальной процедуры в инструмент развития, ориентированный на личностный рост каждого ученика. Оно позволяет строить индивидуальные образовательные траектории, обеспечивать дифференцированный подход в преподавании и повышать эффективность обучения в целом.

Для успешной реализации формирующего оценивания необходима активная роль учителя как наставника, создание системы прозрачных критериев, использование разнообразных инструментов (карты прогресса, портфолио, чек-листы) и вовлечение учеников в процесс самооценки и взаимооценки. В перспективе широкое внедрение формирующего оценивания может стать ключевым фактором модернизации школьного математического образования, направленной на развитие компетентностей XXI века.

Фрмирующее оценивание является эффективным средством индивидуализации обучения математике. Его использование способствует развитию учебной самостоятельности, повышению мотивации учащихся и улучшению качества образовательных результатов.

Инструменты самооценки и взаимооценки

1. Самооценка

Самооценка помогает учащимся осознать, что они уже знают и какие темы требуют повторения или дополнительной проработки. Для учителя это быстрый и удобный инструмент диагностики, который:

- в начале изучения темы показывает уровень стартовых знаний и помогает спланировать подачу материала;
- в процессе изучения темы позволяет отследить динамику прогресса и своевременно скорректировать обучение;
- в конце темы даёт целостное представление об уровне усвоения материала и помогает организовать повторение или подготовку к итоговым заданиям.

Варианты использования самооценки:

1. **Взаимообучение:** работа в парах, в ходе которой учащиеся объясняют друг другу темы или задания, которые уже хорошо освоили.
2. **Групповая работа:** распределение учащихся по группам в зависимости от тем, вызывающих затруднения, для их совместной проработки.

3. **Самодиагностика:** индивидуальное заполнение листов самооценки перед контрольной работой или итоговым занятием.

2. Чек-листы и шкалы самооценки

Чек-листы и шкалы самооценки — это инструменты самопроверки, с помощью которых ученик отмечает выполненные элементы задания или оценивает себя по заданной шкале. Они могут использоваться при работе с картами, анализе данных, выполнении практических заданий и мини-проектов.

Пример: дискуссия по теме «Преобразование рациональных выражений».

Чек-лист (отметьте: да / нет / частично):

- я обосновал(а) свою точку зрения, приводя примеры и задачи;
- я слушал(а) мнение других участников и не перебивал(а);
- я задавал(а) уточняющие вопросы по теме выражений;
- я выражал(а) свои мысли ясно, опираясь на примеры;
- я пересмотрел(а) свою позицию, если услышал(а) более убедительные аргументы.

3. Оценка по критериям (самооценка и взаимооценка)

Учащиеся оценивают собственные работы или работы одноклассников по заранее согласованным критериям. В качестве инструмента могут использоваться чек-листы, оценочные рубрики или цели урока с конкретными пунктами для проверки.

Пример критериев:

- указаны не менее трёх видов функций;
- представлен алгоритм решения;
- аргументы подкреплены формулами.

4. Формативный опрос

Формативный опрос — это форма оперативной проверки понимания материала, проводимая сразу после объяснения новой темы или выполнения задания. Учитель задаёт ключевые вопросы, учащиеся обсуждают ответы в парах или малых группах, формулируют собственные вопросы и проводят взаимоопрос.

Пример вопросов:

- Чем __________ похожи или отличаются от __________?
- Каковы характеристики __________?
- Приведите пример по __________.
- Какие критерии вы использовали бы для оценки __________?
- Как можно подтвердить или опровергнуть __________?

5. Приемы короткой обратной связи

Набор инструментов для быстрой обратной связи между учениками:

- Отметить сильные стороны работы.
- Дать конкретный совет по улучшению.
- Задать уточняющий вопрос.

Название приема	Суть	Польза для ученика
«Плюс и совет»	Один сильный момент работы и один совет по ее улучшению	Развитие умения давать конструктивную обратную связь
«Две звезды и одно пожелание»	Два положительных комментария и одна рекомендация по улучшению	Учит анализировать структуру математического ответа: факты, логика, терминология
Что хорошо – Что улучшить	Краткая фиксация сильных сторон и направлений доработки	Развитие навыка анализа и краткого выражать суждения по математическим заданиям

Вопрос к автору	Один вопрос по ответу/работе одноклассника например: «А почему именно так?»	Тренирует навыки математической аргументации, активного слушания и формулирования уточняющих вопросов

Инструменты для реализации принципа «Вовлечение учеников в процесс оценивания»

Название инструмента	**Краткое описание**	**Для чего используется**
1. Двухчастный дневник	Колонка «До» (предварительные знания/ответы) и «После» (новые знания, выводы)	Для осознания границ знаний и их изменений; начало и конец урока/темы
2. Рефлексивные выходные карты	Короткие ответы на вопросы в конце урока («Что получилось? Что было сложно?»).	Осмысление полученного опыта, затруднений, постановка новых вопросов; конец урока
3. Самооценка по теме	Отметка «Знаю», «Могу объяснить другому», «Надо повторить» по ключевым элементам темы	Для оценки прогресса, корректировки обучения, планирования повторения; начало, середина и конец темы
4. Чек-листы самооценки	Оценка своих действий или результата работы по списку пунктов.	Для самоконтроля выполнения задания; во время и после работы
5. Оценка по критериям	Самооценка или взаимооценка работы по заранее согласованным критериям	Для анализа результата и улучшения работы; во время и после выполнения
6. Формативный опрос	Серия ключевых вопросов после изучения материала; обсуждение и взаимоопрос в парах/группах	Для проверки понимания и вовлечения учеников; сразу после объяснения или задания
7. Приемы короткой обратной связи	Краткие комментарии по работе (например, «Плюс и совет», «Две звезды и пожелание»).	Для быстрой обратной связи и корректировки работы; на любом этапе

Дополнительные приёмы формативного оценивания

1. Получение обратной связи на уроке

Эти приёмы помогают быстро понять, как ученики усвоили материал, и скорректировать урок на месте:

- *Светофор: карточки с цветами (зелёный — понял, жёлтый — есть вопросы, красный — не понял).*
- *Обобщение в одном предложении: каждый формулирует главную мысль урока одной фразой.*
- *Парные аннотации: ученики в парах пишут короткое резюме темы и дополняют друг друга.*
- *Минутное эссе: письменный ответ на ключевой вопрос за 1–2 минуты.*
- *Верно/Неверно: учитель озвучивает утверждения, ученики быстро отвечают.*

2. Оценивание и доработка работ

Позволяет ученикам анализировать свои работы и работы одноклассников, а учителю — выявлять трудности и давать советы:

- *Галерея работ: работы размещаются в классе, ученики дают короткие комментарии по критериям.*
- *Парное интервью: ученики задают друг другу вопросы, проверяя понимание.*

• Один вопрос — один ответ: каждый пишет один главный вопрос по теме и отвечает на чужой.

3. Эмоциональная рефлексия и атмосфера урока

Помогает учитывать эмоциональное состояние учеников и создавать поддерживающую атмосферу:

• Настроение урока: в конце занятия ученики ставят смайлик или кратко описывают своё состояние.

• Три плюса и минус: ученики пишут три положительных момента урока и один, который можно улучшить.

• Облако эмоций: коллективный коллаж или кластер с ключевыми словами-ощущениями от урока.

Формирующее оценивание меняет роль оценки: она перестаёт быть только итоговой отметкой и превращается в инструмент развития. В основе подхода лежат четыре принципа:

1. Ориентация на развитие ученика: внимание смещается с сравнения с другими на личный прогресс.

2. Четкие и понятные критерии успеха: делают процесс прозрачным, объективным и справедливым.

3. Конструктивная обратная связь: учитель показывает пути для улучшения, а не только фиксирует ошибки.

4. Вовлечение учеников в процесс оценивания: через самооценку, взаимооценку и обсуждение результатов.

Эти принципы делают обучение более осознанным и мотивирующим, а оценивание превращают в инструмент поддержки и развития каждого ученика.

Сравнительная таблица: Традиционное и формативное оценивание

Критерий	**Традиционное оценивание**	**Формативное оценивание**
Цель	Проверить и выставить отметку	Поддержать обучение, показать прогресс и пути развития
Фокус	Сравнение ученика с «правильным ответом» или другими учащимися	Сравнение текущих знаний с предыдущими, фиксация прогресса ученика
Вовлеченность ученика	Пассивная: отвечает – получает балл или отметку	Активная: ученик участвует в самооценке и взаимооценке
Критерии	Часто неявные, известны только учителю	Четкие, понятные, обсуждаются вместе с учениками
Форма обратной связи	Отметка или краткий комментарий	Развернутая обратная связь: что удалось и что улучшить
Время проведения	В конце темы, контрольная работа или тест	На всех этапах обучения: до, во время и после выполнения задания
Роль учителя	Контролер: проверяет и фиксирует ошибки	Наставник, помогающий улучшить процесс и результат
Роль ученика	Получатель оценки: ждет «правильного» ответа	Активный участник: оценивает себя и одноклассников
Результат для ученика	Знает, сколько баллов или какую отметку получил	Понимает, что получилось, что требует доработки, и как это сделать

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Землянская, Е.Н. *Формирующее оценивание образовательных достижений обучающихся*. Современная зарубежная психология, 2016, Т. 5, №3, с.50–58.
2. Воронцов, А.Б. *Формирующее оценивание: подходы, содержание, эволюция*. М., 2018.
3. Агапов, А.М., Белолуцкая, А.К., Крашенинников, Е.Е. *Формирующее оценивание в высшем образовании*. М., 2022.
4. Нормуминова, Х. *Роль формирующего оценивания в повышении учебных результатов учащихся*. Общество и инновации, 2025, №2, с.33–42.
5. Абрамовский, Н.В., Синебрюхова, В.Л. *Методические аспекты подготовки педагогов к использованию формирующего оценивания*. Педагогика. Теория и практика, 2024, №1, с.55–62.
6. Рагимова, Г.М. *Дифференцированное обучение и формирующее оценивание в школе*. Вестник педагогических наук, 2023, №4, с.25–35.
7. Кузнецова, И.П. *Современные технологии оценивания в школе: формирующее и итоговое*. СПб., 2021.
8. Соколова, Л.А., Иванов, П.В. *Формирующее оценивание в преподавании математики*. Педагогика и психология образования, 2022, №3, с.41–50.
9. Черняк, С.И. *Индивидуализация обучения и оценивание учебных достижений школьников*. М., 2020.
10. Казанцева, Е.В. *Оценка учебных достижений: формирующее оценивание как инструмент развития учащихся*. Вестник образования России, 2024, №2, с.12–22.
11. Морозова, Т.В. *Формирующее оценивание: опыт внедрения в московских школах*. Современная школа, 2023, №5, с.18–27.
12. Лебедев, А.А. *Методы формирующего оценивания в обучении математике*. Математическое образование, 2022, №6, с.14–23.
13. Фролова, Н.В. *Конструктивная обратная связь как часть формирующего оценивания*. Педагогические науки, 2023, №4, с.44–53.
14. Баранов, В.С. *Самооценка и взаимооценка в системе формирующего оценивания*. Образовательные технологии и практика, 2023, №3, с.30–38.
15. Шарипова, У.М. *Индивидуальные траектории учащихся и формирующее оценивание*. Вестник педагогики и психологии, 2022, №2, с.60–69.
16. Николаева, О.В. *Карта прогресса и шкалы оценки как инструменты формирующего оценивания*. Педагогика XXI века, 2024, №1, с.15–24.

https://doi.org/10.5281/zenodo.18536241

ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ҰҒЫМДАРДЫ МЕҢГЕРТУДЕ КОГНИТИВТІК ЖӘНЕ ВИЗУАЛДЫ ТАПСЫРМАЛАРДЫҢ ТИІМДІЛІГІ (STEM НЕГІЗІНДЕ)

РАХМАТУЛЛА АИДА КАЛДЫБЕКҚЫЗЫ
САРСЕНБЕКҚЫЗЫ МЕРЕЙ
РАХЫМБАЕВА РАИДА НҰРЛАНҚЫЗЫ
"Қазақ Ұлттық Қыздар Педагогикалық Университеті" КеАҚ
4 курс студенттері
6B01301-Бастауышта оқыту педагогикасы және әдістемесі

Жетекшісі: п.ғ.м., аға оқытушы **ДАНАБАЕВА М.А.**
Алматы, Қазақстан

Аннотация : *STEM білім беру жүйесінде геометриялық ұғымдарды меңгерту кезінде когнитивтік (танымдық) және визуалды тапсырмалар маңызды рөл атқарады. Бұл мақала әдебиеттерге теориялық шолу түрінде жасалған. Онда Van Hiele моделі, кеңістіктік ойлау теориялары, когнитивтік жүктеме және визуализацияның рөлі қарастырылады. Когнитивтік тапсырмалар логикалық тұжырымдау мен абстрактілі ойлауды дамытса, визуалды тапсырмалар кеңістіктік қабылдауды, фигураларды визуализациялауды және геометриялық объектілерді түсінуді жеңілдетеді. STEM контекстінде бұл екі бағыттың үйлесімі оқушылардың математикалық және қолданбалы дағдыларын тиімді дамытуға ықпал етеді.*

Кілт сөздер: *геометриялық ұғымдар, когнитивтік тапсырмалар, визуалды тапсырмалар, кеңістіктік ойлау, STEM білім беру, Van Hiele моделі, визуализация, когнитивтік жүктеме.*

Геометрия - STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) білім берудің негізгі құрамдас бөлігі. Ол оқушыларға кеңістіктік ойлауды, сыни талдауды, проблемаларды визуалды түрде шешуді және қолданбалы дағдыларды қалыптастыруға мүмкіндік береді. Қазіргі заманғы әлемде инженерлік жобалар, робототехника, 3D модельдеу, архитектура және физика сияқты салалардың барлығы геометриялық түсініктерге негізделген. Сондықтан мектепте геометрияны оқыту тек формулалар мен теоремаларды жаттаумен шектелмеуі тиіс, керісінше оқушылардың шығармашылық ойлауын, кеңістіктік қиялын және логикалық тұжырымдау қабілетін дамытуға бағытталуы қажет.

Дәстүрлі оқыту әдістері көбінесе абстрактілі сипатта болады: оқушыларға фигуралардың қасиеттері жазбаша түрде беріледі, дәлелдеулер жүргізіледі, бірақ көп жағдайда олар фигураларды «көріп», «сезіп», «құрастырып» көру мүмкіндігінен айырылады. Нәтижесінде көптеген оқушылар үш өлшемді пішіндерді (призма, пирамида, цилиндр), трансформацияларды (айналдыру, симметрия, ұқсастық), көлем мен бетті есептеуді түсінуде қиындықтарға тап болады.

Соңғы жылдардағы зерттеулер мен әдебиеттер көрсеткендей, когнитивтік тапсырмалар (жұмыс жадысын дамыту, мәселені бөлшектеу, логикалық байланыстар құру) мен визуалды тапсырмалар (диаграммалар, манипуляциялық материалдар, динамикалық бағдарламалар, AR/VR құралдары) біріктірілгенде оқушылардың түсіну деңгейі айтарлықтай артады. Дәстүрлі әдістерде оқушылар көбінесе фигуралардың атауларын жаттап, қасиеттерін мәтін арқылы үйренеді, бірақ үш өлшемді пішіндерді (куб, призма, пирамида), симметрияны, трансформацияларды нақты түсінуде қиындықтар туындайды. Соңғы жылдардағы зерттеулер көрсеткендей, визуалды тапсырмалар (манипулятивтер, GeoGebra, сурет салу) мен когнитивтік тапсырмалар (логикалық сұрақтар, қасиеттерді талдау, «егер... онда...» тұжырымдары) біріктірілгенде түсіну деңгейі айтарлықтай артады.

Мысалы:

Визуалды тапсырма мысалы: Оқушыларға тіс тазалағыш (toothpicks) және зефир (marshmallows) немесе пластилин көмегімен 3D пішіндер құрастыру тапсырылады. Олар тетраэдр, куб, октаэдр сияқты фигураларды жасап, қырларын, беттерін, төбелерін санау арқылы көлем мен бет ауданын түсінеді. Бұл әрекет embodied cognition (дене арқылы таным) теориясына сүйенеді және STEM жобаларында (мысалы, «Армандағы ағаш үй» құрастыру) жиі қолданылады.

Когнитивтік тапсырма мысалы: Оқушыларға «Егер төртбұрыштың қарама-қарсы бұрыштары тең болса, ол параллелограмм бола ма?» деген сұрақ беріледі. Олар қасиеттерді талдап, мысалдар келтіріп, қарсы мысалдар іздеп, логикалық тұжырым жасайды. Бұл Van Hiele моделінің 1-2 деңгейлерінде (талдау және қатынастық) жұмыс істеуге көмегін тигізеді.

Когнитивтік-визуалды үйлесім мысалы: GeoGebra бағдарламасында оқушылар параллелограммды салып, оның диагональдарын өлшеп, қасиеттерін өзгерткенде не болатынын бақылайды. Содан кейін «Диагональдар тең болғанда қандай фигура шығады?» деген сұраққа жауап іздеп, дәлелдеу әрекетін жасайды. Бұл dual coding теориясына (вербалды - визуалды арна) сүйенеді.

Бұл мақалада Van Hiele теориясы, кеңістіктік визуализация, когнитивтік ғылым және embodied cognition тұрғысынан әдебиеттерді талдайды. Мақсаты: геометриялық ұғымдарды меңгертудегі теориялық негіздерді жүйелеу және олардың STEM білім берудегі қолданылуын көрсету.

Геометриялық ұғымдарды меңгертудегі когнитивтік және визуалды тапсырмалардың тиімділігін түсіну үшін бірнеше негізгі теориялық модельдер мен тұжырымдамалар қолданылады. Олар оқушылардың ойлау процесін, кеңістіктік қабылдауды және ақпаратты өңдеу механизмдерін сипаттайды. Төменде негізгі теориялар толықтырылып, олардың геометриялық оқытуға қатысы және қолдану мысалдарымен берілген.

Деңгей	**Атауы**	**Бастауыш сыныптағы сипаттамасы**	**Тапсырма мысалы (1–4 сынып)**
0	Визуализация	Фигураны тұтас бейне ретінде тану, атау, ажырату	«Бұл қандай фигура? Суреттегі фигураларды топтаңыз»
1	Талдау	Фигураның қасиеттерін байқау (бұрыштар, қабырғалар)	«Үшбұрыштың қанша қабырғасы бар? Барлығы тең бе?»
2	Абстрактілі / Қатынастық	Қасиеттер арасындағы байланысты түсіну (қарапайым)	«Егер төртбұрыштың қарама-қарсы қабырғалары тең болса...»

Кесте-1. Van Hiele геометриялық ойлау деңгейлері

Кеңістіктік ойлау және визуализация (Spatial visualization & reasoning)Кеңістіктік ойлау - объектілерді ақылда айналдыру, қиылыстыру, қатынастарын көру және өзгерту қабілеті. Геометрияда бұл қабілет 3D пішіндерді түсіну, трансформацияларды (айналдыру, көшіру, симметрия) меңгеру және кеңістіктік проблемаларды шешу үшін маңызды. Визуализация осы қабілеттің негізгі құралы болып табылады.

Визуалды тапсырма түрі	**Мақсаты мен әсері**	**Теориялық негіз және мысал**
Манипуляциялық материалдар (Net, кубтар, оригами)	Физикалық түрту арқылы пішіндерді сезіну және құрастыру	Embodied cognition; мысалы, қағаздан призма құрастырып, беттерін санау
Динамикалық геометрия құралдары (GeoGebra, Cabri)	Трансформацияларды нақты уақытта өзгертіп көру	Dual coding теориясы; мысалы, параллелограммның диагональдарын өзгертіп қасиеттерін бақылау

AR/VR технологиялары	Иммерсивті 3D ортада фигуралармен жұмыс істеу	Cognitive load теориясы (сыртқы жүктемені азайту); мысалы, виртуалды пирамиданы айналдыру
Эскиз салу және диаграммалық бейнелеу	Абстракті идеяларды қағазға түсіру және талдау	External representation; мысалы, дәлелдеу үшін фигураны салып, қасиеттерді белгілеу

Кесте-2. Кеңістіктік ойлау және визуализация (Spatial visualization & reasoning)

Когнитивтік жүктеме теориясы (Cognitive Load Theory – Sweller)

John Sweller ұсынған бұл теория жұмыс жадысының шектеулі екенін (әдетте 4–7 элемент) ескереді. Геометриялық тапсырмаларда жүктеме үш түрге бөлінеді:

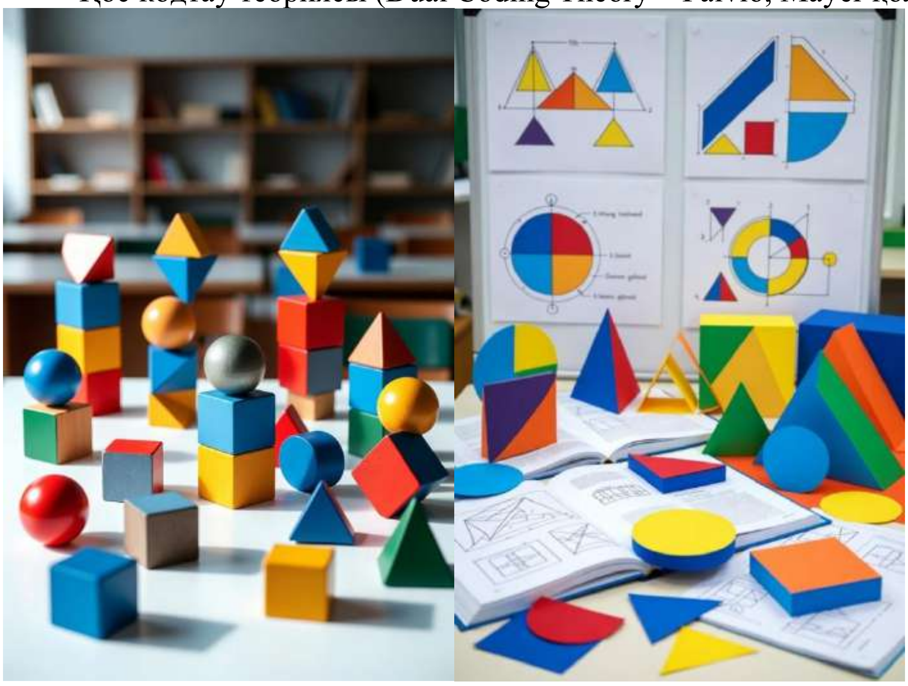
Ішкі жүктеме (Intrinsic load) – ұғымның табиғи күрделілігі (мысалы, 3D пішіннің көлемін есептеу).

Сыртқы жүктеме (Extraneous load) – нашар ұйымдастырылған материалдан туындайтын қосымша күш (мысалы, түсініксіз сурет немесе көп мәтін).

Тиімді жүктеме (Germane load) – түсінуге және схемалар құруға жұмсалатын күш.

Визуалды тапсырмалар сыртқы жүктемені азайтады (мысалы, фигураны тікелей көрсету арқылы), ал когнитивтік тапсырмалар тиімді жүктемені арттырады (логикалық байланыстар құру арқылы). Мысалы, жұмыс мысалдары (worked examples) немесе қадамдық нұсқаулар арқылы геометриялық дәлелдеуді үйрету сыртқы жүктемені төмендетеді.

Қос кодтау теориясы (Dual Coding Theory – Paivio, Mayer қолдануы)



Сурет-1. «Геометриялық пішіндердің визуалды бейнесі: кеңістіктік ойлауды дамытуға арналған тапсырма»

Ақпаратты вербалды (сөздер) және визуалды (суреттер) екі арна арқылы өңдеу тиімдірек. Richard Mayer мультимедиалық оқытуда осы теорияны қолданып, сөз бен суретті бірге беру ұсынады.Геометрияда:

Бұл тәсіл абстрактілі ұғымдарды (мысалы, ұқсастық, пропорция) нақты түсінуге көмектеседі.

Дене арқылы таным (Embodied Cognition)

Таным тек мида ғана емес, дене қимылдары, сенсорлық тәжірибе арқылы қалыптасады. Геометрияда бұл әсіресе тиімді.Мысалдар:

1. Оқушылар қолдарымен фигуралардың бұрыштарын көрсету.
2. Оригами арқылы симметрияны елестету.
3. Қозғалыс арқылы траекторияларды түсіну (мысалы, шеңберді сезіну).
4. Тіс тазалағыш және зефирмен 3D модельдер құрастыру (polyhedra құру).

Бағыт	**Негізгі теория / модель**	**Геометриялық ұғымдарды меңгеруге әсері**	**STEM-дегі маңызы**
Когнитивтік тапсырмалар	Жұмыс жадысы және когнитивтік жүктеме	Абстрактілі қасиеттерді сақтау, логикалық байланыстар құру, дәлелдеу дағдылары	Логикалық талдау, алгоритмдік ойлау
Визуалды тапсырмалар	Қос кодтау теориясы (Dual coding)	Вербалды және визуалды ақпаратты қатар өңдеу, түсінуді жеңілдету	3D модельдеу, дизайн, инженерлік визуализация
Кеңістіктік ойлау	Spatial visualization & reasoning	Фигураларды айналдыру, қиылысу, кеңістіктік қатынастарды қиялдау	Робототехника, архитектура, физика
Van Hiele моделі	Геометриялық ойлау деңгейлері	Тапсырмаларды оқушының қазіргі деңгейіне сәйкестендіру, кезеңдік дамуды қамтамасыз ету	Дифференциацияланған оқыту
Embodied cognition	Дене арқылы таным	Физикалық әрекет арқылы геометриялық идеяларды терең түсіну (қимыл, манипуляция)	STEAM жобалары, hands-on learning

Кесте-3. Негізгі теориялық тұжырымдар

Геометриялық ұғымдарды меңгертудегі когнитивтік және визуалды тапсырмалардың тиімділігі туралы әдебиеттерге жүргізілген теориялық шолу көрсеткендей, бұл екі бағыттың үйлесімді қолданылуы оқушылардың геометриялық ойлауын дамытуда маңызды рөл атқарады. Van Hiele моделінің деңгейлік құрылымы оқушылардың қазіргі танымдық деңгейін ескере отырып тапсырмаларды жоспарлауға мүмкіндік береді: төменгі деңгейлерде (визуализация және талдау) визуалды тапсырмалар басым болса, жоғары деңгейлерде (абстрактілі қатынас және дедукция) когнитивтік тапсырмалардың үлесі артады.Когнитивтік тапсырмалар жұмыс жадысын тиімді пайдалануға, логикалық байланыстар құруға және абстрактілі тұжырымдар жасауға бағытталған болса, визуалды тапсырмалар кеңістіктік қабылдауды, фигураларды қиялдауды және геометриялық объектілердің қасиеттерін тікелей «көріп» түсінуді жеңілдетеді. Қос кодтау теориясы (dual coding), когнитивтік жүктеме теориясы және embodied cognition тұжырымдамалары осы екі бағыттың бірігуі арқылы сыртқы жүктемені азайтып, тиімді жүктемені (түсінуге жұмсалатын күшті) арттыратынын растайды.

STEM білім беру контекстінде мұндай тәсілдердің маңызы ерекше. Геометриялық ұғымдарды меңгеру тек математикалық білімді ғана емес, сонымен қатар инженерлік ойлауды, 3D модельдеуді, дизайнды, робототехниканы және физикалық процестерді визуалды түсінуді қамтиды. Мысалы, манипуляциялық материалдармен (оригами, құрастыру жиынтықтары) жұмыс істеу, динамикалық геометрия бағдарламаларын (GeoGebra) пайдалану немесе AR/VR құралдары арқылы иммерсивті ортада фигуралармен әрекеттесу оқушылардың шығармашылық және қолданбалы дағдыларын дамытады.

Қазақ тіліндегі білім беру жүйесінде осы теориялық негіздерді қолдану әлі де жеткілікті зерттелмеген. Дегенмен, отандық мектептерде қолжетімді құралдар (қағаз, қарындаш, GeoGebra-ның тегін нұсқасы, қарапайым манипулятивтер) арқылы да тиімді нәтижеге қол жеткізуге болады. Болашақта мына бағыттар бойынша жұмыс істеу қажет:

- қазақ тіліндегі оқулықтар мен дидактикалық материалдарға Van Hiele деңгейлеріне сәйкес тапсырмаларды енгізу;
- мұғалімдерді когнитивтік және визуалды тапсырмаларды біріктіруге оқыту;
- цифрлық құралдардың (GeoGebra, Tinkercad, CoSpaces Edu) қолжетімділігін арттыру және оларды қазақ интерфейсімен бейімдеу;
- бастауыш және орта буын оқушыларының кеңістіктік ойлауын дамытуға бағытталған ұзақ мерзімді зерттеулер жүргізу.

Осы теориялық негіздерге сүйене отырып, геометрияны оқыту дәстүрлі «формула - дәлелдеу» тәсілінен шынайы түсінуге және қолдануға бағытталған, оқушыға бейімделген, визуалды және когнитивтік әрекеттерге толы процесске айналуы мүмкін. Бұл өз кезегінде STEM білім берудің негізгі мақсаты – шығармашылық, сыни ойлау және проблемаларды шешу қабілетін дамыту - тиімді жүзеге асыруға ықпал етеді.

ӘДЕБИЕТТЕРГЕ ШОЛУ

1. Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Academic Press. (Геометриялық ойлаудың деңгейлік моделінің классикалық еңбегі)
2. Van Hiele, D. & Van Hiele-Geldof, D. (1957–1980 жж. жұмыстары). (Модельдің негізін қалаушы зерттеулер)
3. Mayer, R. E. (2009). *Multimedia Learning* (2nd ed.). Cambridge University Press. (Қос кодтау теориясы және мультимедиалық оқытудың тиімділігі)
4. Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive Load Theory*. Springer. (Когнитивтік жүктеме теориясының толық сипаттамасы)
5. Paivio, A. (1986). *Mental Representations: A Dual Coding Approach*. Oxford University Press. (Қос кодтау теориясының негізгі еңбегі)
6. Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin*, 139(2), 352–402.
7. Жалғасова Л. Б. және т.б. Бастауыш мектепте математиканы оқыту әдістемесі бойынша оқу құралдары.

https://doi.org/10.5281/zenodo.18536632

ТОК КҮШІНІҢ ӨЛШЕМ БІРЛІГІНІҢ ЭЛЕКТРЛІК КЕДЕРГІ (КВАНТТЫҚ ХОЛЛ ЭФФЕКТІ) ЖӘНЕ КЕРНЕУ (ДЖОЗЕФСОН ЭФФЕКТІ) АРҚЫЛЫ МЕТРОЛОГИЯЛЫҚ ҚАДАҒАЛАНУЫН ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУ

ТАТАЙ МЕЙІР БЕРКІНҚЫЗЫ
«Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ» атындағы университеті. Көлік және энергетикалық факультеті

Ғылыми жетекші-**ЖҰМАҒАЛИ А.К**
Астана, Қазақстан

Аннотация. *Бұл мақалада ток күшінің өлшем бірлігінің метрологиялық қадағалануын қамтамасыз ету әдістері қарастырылған. Ток күшін жанама түрде қайта өндіру тұрақты электр кернеуі мен электрлік кедергінің өлшем бірліктеріне негізделіп, сәйкесінше Джозефсонның кванттық эффекті және кванттық Холл эффекті арқылы жүзеге асырылады. Зерттеу барысында Қазақстан Республикасының «ҚазСтандарт» РМК-да сақталатын тұрақты электр кернеуінің және электрлік кедергінің мемлекеттік эталондарының құрылымы, жұмыс істеу принциптері және метрологиялық сипаттамалары талданды.*

Ток күшінің өлшем бірлігін беру Ом заңы негізінде жүзеге асырылып, кванттық эталондар арқылы алынған кернеу мен кедергі мәндері қолданылды. Өлшеу нәтижелерінің дәлдігі мен сенімділігі анықталмағандықты бағалау арқылы көрсетілді. Қарастырылған әдістер ток күшінің өлшем бірлігінің Халықаралық бірліктер жүйесіне (SI) толық қадағалануын қамтамасыз етеді

Кілт сөздер: *метрологиялық қадағалану, ток күші, Джозефсон эффекті, кванттық Холл эффекті, электрлік кернеу, электрлік кедергі, мемлекеттік эталон.*

Кіріспе

Электрлік өлшеулер қазіргі заманғы метрологияның маңызды бағыттарының бірі болып табылады. Электр тогының күші энергетикада, өнеркәсіпте, телекоммуникацияда және ғылыми зерттеулерде кеңінен қолданылады. Осы шаманың өлшем бірлігінің дәлдігі мен бірізділігі өлшеу нәтижелерінің сенімділігін қамтамасыз етудің негізгі шарты болып табылады.

Электр тогы деп электр өрісінің әсерінен зарядталған бөлшектердің электрондар, иондар өткізгіш ішінде бағытталған қозғалысын айтады. Бұл құбылыс заттың электрөткізгіштік қасиеттерімен және сыртқы электр өрісінің болуымен анықталады.

Электрлік құбылыстарды сандық сипаттау басқа да электрлік шамаларды есептеу үшін ток күшінің мәнін анықтау аса маңызды.

Электр тізбектерінде токты өлшеу амперметрдің көмегімен жүзеге асырылады. Өлшем бірлігінің тұрақтылығы мен және халықаралық стандартқа сәйкестігі токтың физикалық сипаттамаларын жоғары дәлдікпен анықтауға мүмкіндік береді.

Халықаралық бірліктер жүйесінде (SI) ток күшінің бірлігі – ампер – тікелей емес, жанама әдіспен жүзеге асырылады. 2019 жылдан бастап SI бірліктер жүйесінде Ампер (А) элементар зарядының е сандық мәнін бекіту арқылы қайта анықталды. Оның мәні дәл:

$$e = 1{,}602176634 \times 10^{-19}\text{Кл},$$

мұнда Кл (кулон)=А·с

Қазіргі анықтама бойынша электр тогының күші бір секунд ішінде $\frac{1}{1{,}602176634\times10^{-19}}$ элементар зарядтың өтуіне тең. Электр тогының күші элементар зарядтардың өтуіне тәуелді.

$$I = \frac{n \cdot e}{t}$$

мұндағы:
n – өткен элементар зарядтар саны
e – 1,602176634×10^(-19) Кл,
t – уақыт(с)

Осылайша, амперді анықтау бұрынғыдай өткізгіштер арасындағы өзара әсерлесу күшіне негізделмей, орнына фундаменталды тұрықталарға байланыстырылған табиғи өлшемдерге сүйенеді.

Қазстандартта кванттық физика принциптеріне негізделген ток күші эталонын ішкі зертханаларында жүзеге асырмайды. Жыл сайын өзінің басқа ұлттық метрология орталықтарына калибрлеуге алып барады.Ұлттық метрологиялық институттар шет мемлекеттердің метрология орталықтарымен калибрлеу жоспарларын және өлшеулердің салыстырмалы талдауларын тұрақты түрде жүзеге асырады, сондықтан құралдардың дәлдігі шетелдік эталондарға негізделген.

Қазстандартта кернеу мен кедергі кванттық физика арқылы анықталып өлшеніп жатыр. Ток күші өлшем бірлігі үшін метрологиялық тәуелсіздік алу үшін Ом заңы арқылы кернеу мен кедергіні кванттық физика арқылы тауып, ток күшін Питон жанама әдіспен анықтау метрологиялық тәуелсіздікке жетудің тиімді жолы.

Ом заңы өткізгіштегі заряд тасымалдаушылардың бағытталған қозғалысы электр өрісінің әсерінен туындайтын және токтың шамасы заттың электрөткізгіштік қасиеттерімен анықталады.

Ток күші мен кернеу, кедергі арасындағы байланыс Ом заңымен өрнектеледі:

$I = \frac{U}{R}$

I – ток күші, А;
U – тұрақты электр кернеуі, В;
R – электрлік кедергі, Ом.

Осыған байланысты ток күшінің өлшем бірлігінің метрологиялық қадағалануын қамтамасыз ету үшін кернеу мен кедергінің жоғары дәлдікті эталондары қажет. Қазіргі метрологияда бұл мәселе кванттық физикалық эффектілерге негізделген эталондар арқылы шешіледі.

Джозефсон эффекті асқын өткізгіш материалдар арасында орналасқан жұқа диэлектрлік қабат арқылы электрондардың туннельдік өтуі нәтижесінде пайда болатын кванттық құбылыс болып табылады. Бұл эффект тұрақты электр кернеуін фундаменталды физикалық тұрақтылар арқылы қайта өндіруге мүмкіндік береді. Джозефсон эффекті келесі теңдеумен сипатталады:

$U = \frac{nhf}{2e}$

мұндағы
n – Джозефсон қадамының реттік саны;
h – Планк тұрақтысы;
f – микротолқын жиілігі;
e – элементар заряд.

Бұл формуладан кернеу мәні материал қасиеттеріне тәуелсіз екені көрінеді. Осы себепті Джозефсон эффекті тұрақты электр кернеуінің өлшем бірлігін қайта өндіруде ең жоғары дәлдікке ие.Планк тұрақтысы h және элементар заряд e уақыт бойынша өзгермейтін тұрақтылар,сондықтан алынған өлшемдер тұрақты болып қалады.Джозефсон эффектілері арқылы алынатын өлшемдердің дәлдігі 10^{-8} деңгейінде,индустриялық өлшеулер үшін жоғары сенімділікті қамтамасыз етеді.

Қазақстан Республикасында Джозефсон эффектіне негізделген тұрақты электр кернеуінің мемлекеттік эталоны «ҚазСтандарт» РМК-да сақталады және ±(0–10) В диапазонында кернеуді қайта өндіреді.

Кванттық Холл эффекті күшті магнит өрісінде және төмен температурада орналасқан екі өлшемді электрондық жүйелерде байқалады. Бұл жағдайда Холл кедергісі дискретті квантталған мәндерге ие болады және сыртқы факторларға тәуелсіз болады. Кванттық Холл эффекті келесі формуламен өрнектеледі.

$R_H = \frac{h}{e^2 i}$

R_H –Холл кедергісі;
h – Планк тұрақтысы;
е – элементар заряд;
і – кванттау деңгейінің бүтін саны.
Клитцинг тұрақтысының номинал мәні:

$$R_k = 12906{,}40373 \text{ Ом}$$

Бұл тұрақты электрлік кедергінің өлшем бірлігін қайта өндірудің негізі болып табылады. Қазақстан Республикасында кванттық Холл эффектіне негізделген электрлік кедергінің мемлекеттік алғашқы эталоны гетероқұрылымында жүзеге асырылған.

Ток күшін тікелей қайта өндіру күрделі болғандықтан, ол тұрақты кернеу мен электрлік кедергінің көмегімен жанама түрде анықталады. Джозефсон эффекті арқылы алынған кернеу мен кванттық Холл эффекті арқылы алынған кедергі мәндерін Ом заңының өрнегіне қоямыз:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\frac{nhf}{2e}}{\frac{h}{e^2 i}}$$

Бөлшекті ықшамдау нәтижесінде Планк тұрақтысы *h* қысқарады:

$$I = \frac{nhf}{2e} \cdot \frac{e^2 i}{h}$$

Қысқартудан кейін ток күшінің өрнегі келесі түрге келеді:

$$I = \frac{nfei}{2}$$

Бұл өрнек ток күшінің өлшем бірлігі фундаменталды физикалық тұрақтылар арқылы SI жүйесіне тікелей байланысатынын көрсетеді.

1-кесте. Кванттық Холл эффектіне негізделген эталон сипаттамалары

№	**Көрсеткіш атауы**	**Мәні**
1.	Клитцинг тұрақтысы	12906,40373 Ом
2.	Өлшем нәтижесінің орташа квадраттық қателігін бағалау(S∑)	$2 \cdot 10^{-8}$ аспайды

3.	Жүйелік қате	$5 \cdot 10^{-8}$ аспайды
4.	Кеңейтілген белгісіздік	0,05%
5.	Қамту коэффициенті	k=2
6.	Сенім деңгейі	P=0.95
7.	Жүйелі қателік	0,01%

2- кесте. Тұрақты кернеу эталонының негізгі сипаттамалары

№	**Көрсеткіш атауы**	**Мәні**
1.	Электрқозғаушы күш диапазоны	±(0÷10)В
2.	А типі бойынша стандартты белгісіздік	0,8нВ
3.	В типі бойынша стандартты белгісіздік	1,2нВ
4.	Жиынтық стандартты белгісіздік	1,45нВ
5.	Кеңейтілген белгісіздік k=2	3,0нВ
6.	Эталонның жылдық тұрақсыздығы	-0,1нВ

Қорытынды

Жүргізілген жұмыста ток күшінің өлшем бірлігінің метрологиялық қадағалануын қамтамасыз ету кванттық Джозефсон және кванттық Холл эффектілеріне негізделгені көрсетілді. Тұрақты электр кернеуінің өлшем бірлігі Джозефсон эффекті арқылы, ал электрлік кедергінің өлшем бірлігі кванттық Холл эффекті арқылы жоғары дәлдікпен қайта өндіріледі. Осы екі кванттық эталонды қолдану нәтижесінде ток күшінің өлшем бірлігі Ом заңы негізінде жанама түрде анықталады.

Метрологиялық қадағалану тізбегін қолдану өлшеу нәтижелерінің Халықаралық бірліктер жүйесіне (SI) үздіксіз байланысын қамтамасыз етеді, сондай-ақ өлшеулердің дәлдігі мен сенімділігін арттырады. Қадағалану барысында белгісіздіктің сандық бағалануы ток күшінің өлшем бірлігін беру кезінде қателіктердің бақылауда болуын қамтамасыз етеді.

Қазақстан Республикасында «ҚазСтандарт» РМК-да сақталатын мемлекеттік эталондар кванттық эффектілерге негізделген заманауи метрологиялық база болып табылады. Аталған эталондарды қолдану электрлік өлшеулер саласында ұлттық өлшем бірліктерінің халықаралық деңгейде танылуына, сондай-ақ өндірістік және ғылыми өлшеулердің сапасын арттыруға мүмкіндік береді. Осылайша, метрологиялық қадағалану жүйесін қолдану ток күшінің өлшем бірлігін қайта өндіру мен берудің біріздiлiгін, тұрақтылығын және жоғары дәлдігін қамтамасыз ететіні қорытындыланды.

ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Электрлік кедергінің мемлекеттік алғашқы эталонының паспорты KZ.01.01.00053–2010. – Астана: РГП «ҚазСтандарт», 2010..
2. Тұрақты электр кернеуінің мемлекеттік эталонының паспорты KZ.01.01.00058–2011. – Нұр-Сұлтан: РГП «ҚазСтандарт», 2021.
3. Кутц Р. Л. Джозефсон кернеу эталондары // Reports on Progress in Physics. – 1996. – Vol. 59. – P. 935–992.
4. ГОСТ 8.010–2013. Государственная система обеспечения единства измерений. Методики выполнения измерений. – М.: Стандартинформ, 2013. – 24 с.
5. The quantized Hall effect. Reviews of Modern Physics. – 1986. Vol. 58.pp. 519–531
6. Kibble B. P., Robinson I. A. Principles of a new generation of quantum electrical standards. Metrologia. 2014. Vol. 51. pp. S132–S139.
7. Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM). International Vocabulary of Metrology — Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM). JCGM 200:2012, 3rd ed. Sèvres: BIPM, 2012.
8. BIPM. The International System of Units (SI). – 9th ed. – Paris: Bureau International des Poids et Mesures, 2019.

https://doi.org/10.5281/zenodo.18536969
ӘОЖ 51-7

ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ МЕҢГЕРТУДЕ ЦИФРЛЫҚ БІЛІМ БЕРУ РЕСУРСТАРЫНЫҢ РӨЛІ

Ғылыми жетекші: ф.м.ғ.к., профессор **ШАЖДЕКЕЕВА НУРГУЛЬ КЫДЫРБАЕВНА**

КАЙПКАЛИЕВА НУРАЙ РАШИДЕНҚЫЗЫ
«7М01503 – Математика» БББ магистранты
Х.Досмұхамедов атындағы Атырау университеті
Қазақстан, Атырау қ.

Аңдатпа. *Мақалада тригонометриялық теңсіздіктерді меңгертуде цифрлық білім беру ресурстарының рөлі қарастырылады. Мектептің жаңа оқу жоспарлары мен бағдарламарына ауысуы, оқытудың Цифрлық білім беру ресурстары тригонометриялық теңсіздіктерді меңгертуде оқушылардың зерттеушілік дағдыларын дамытуға, пәнге деген қызығушылықты арттыруға ықпал етеді.*

Ресурстар оқушының өзіндік жұмыс дағдыларының қалыптасуына, есептер шығару дағдылығының дамытуына және шығармашылық әлеуетін қалыптастыруына ықпал етіп, материалды тереңрек меңгеруге мүмкіндік береді.

Тригонометриялық теңсіздіктерді меңгерудегі цифрлық білім беру ресурстарының рөлі төмендегідей:

- Материалды көрнекі түрде көрсету. Математикалық объектілердің графикалық бейнелері студенттерге олардың кескіндерін (графикалық және аналитикалық) ажыратуға, оларды зерттеуге және өзгертуге мүмкіндік береді. Бұл математикалық білім мен оны меңгеру жолдары арасындағы байланыстарды түсінуге ықпал етеді.

- Негізгі формулаларды есте сақтау процесін автоматтандыру және тригонометриялық өрнектерді түрлендіру дағдыларын жаттықтыру. Мысалы, оқу платформаларын тригонометриялық формулалардың белгілі бір категориясын білу бойынша қысқаша математикалық диктанттарды жүргізу үшін пайдалануға болады.

- Материалды алу сапасын диагностикалық тексеру. Тест жұмысын компьютерде орындау студенттерге тақырып бойынша білімін бірден бағалауға және жетілдіруге мүмкіндік береді.

Кілт сөздер: *тригонометрия, теңсіздік, формула, цифрлік білім.*

РОЛЬ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В ОСВОЕНИИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

Аннотация. *В статье рассматривается роль цифровых образовательных ресурсов в освоении тригонометрических неравенств. Переход школы на новые учебные планы и программы, развитие методов обучения и развитие интереса учащихся к предмету способствуют развитию исследовательских навыков учащихся при освоении тригонометрических неравенств.*

Ресурсы способствуют формированию у учащихся навыков самостоятельной работы, развитию навыков решения задач и формированию творческого потенциала, позволяя им глубже усваивать материал.

Роль цифровых образовательных ресурсов в освоении тригонометрических неравенств заключается в следующем:

- Наглядное представление материала.

Графические изображения математических объектов позволяют учащимся различать их образы (графические и аналитические), изучать их и изменять. Это способствует *пониманию связей между математическими знаниями и способами их усвоения. – Автоматизировать процесс запоминания базовых формул и отработать навыки преобразования тригонометрических выражений. Например, обучающие платформы можно использовать для проведения коротких математических диктантов на знание определённой категории тригонометрических формул.*

– Диагностический контроль качества усвоения материала. Выполнение контрольных работ на компьютере позволяет учащимся сразу оценить и улучшить свои знания по теме.

***Ключевые слова:** тригонометрия, неравенство, формула, цифровая грамотность.*

THE ROLE OF DIGITAL EDUCATIONAL RESOURCES IN MASTERING TRIGONOMETRIC INEQUALITIES

***Annotation.** This article examines the role of digital educational resources in mastering trigonometric inequalities. Schools' transition to new curricula and programs, the development of teaching methods, and the development of student interest in the subject contribute to the development of students' research skills in mastering trigonometric inequalities.*

Resources help students develop independent work skills, problem-solving skills, and creativity, enabling them to more deeply understand the material.

The role of digital educational resources in mastering trigonometric inequalities is as follows:

- Visual presentation of the material.

Graphic images of mathematical objects allow students to distinguish between their images (graphical and analytical), study them, and modify them. This promotes an understanding of the connections between mathematical knowledge and the methods of its acquisition. - Automate the process of memorizing basic formulas and practice the skills of transforming trigonometric expressions. For example, educational platforms can be used to conduct short mathematical dictations on knowledge of a specific category of trigonometric formulas. – Diagnostic assessment of the quality of material acquisition. Completing assessments on a computer allows students to immediately assess and improve their knowledge of the topic.

***Keywords:** trigonometry, inequality, formula, digital literacy.*

Зерттеудің өзектілігі: оқушылардың тригонометриялық теңсіздіктерді шешу дағдыларын дамыту қажеттілігі және тақырып бойынша алгоритмдік оқытуды ұйымдастыруға арналған материалдардың жетіспеушілігі.

Зерттеудің мақсаты: Алгоритмдік оқыту арқылы оқушылардың тригонометриялық теңсіздіктерді шешу дағдыларын дамытуға бағытталған тапсырмалар кешенін әзірлеу. Зерттеу объектісі: математиканы оқыту процесі.

Зерттеу пәні: тригонометриялық теңсіздіктерді шешу тәсілдері мен әдістері. Тригонометрия теңсіздіктерін оқыту

Зерттеу мәселесі: тригонометриялық теңсіздіктерді шешуге арналған тапсырмалар жинағын пайдаланудың табыстылығын анықтау

Зерттеу болжамы: таңдалған тапсырмалар жинағы тригонометриялық теңсіздіктерді шешу дағдыларын дамытуға ықпал етеді.

Цифрлық білім беру ортасы білім беру процесінің барлық қатысушыларын – оқушыларды, мұғалімдерді, ата-аналарды және мектеп әкімшілігін біріктіретін бірыңғай ақпараттық жүйе ретінде анықталады.

Жүйеге мыналар кіреді:

• білім беру ақпараттық ресурстары;

• технологиялық құралдар: компьютерлер, байланыс құрылғылары (смартфондар, планшеттер сияқты) және басқа да ақпараттық-коммуникациялық жабдықтар;

• педагогикалық технологиялар жүйесі.

Сыныпта цифрлық білім беру ортасын пайдалану келесі мәселелерді шешуге көмектеседі:

• оқу процесін әртараптандыру, инновациялық оқу ортасын құру, мүмкіндігінше әр сабаққа жаңа элементтерді енгізу;

• қызықты оқыту және жаңа ақпаратты ұсыну, оқушылардың белсенділігін ынталандыру және т.б. [1].

Цифрлық білім беру ортасының артықшылықтары:

• пәндік білімді кеңейтуге және тереңдетуге ықпал ететін бірқатар электрондық білім беру веб-сайттары мен қызметтеріне қол жеткізу;

• ауруына немесе басқа себептерге байланысты мектепке бара алмайтын студенттерге сабақ кезінде сыныппен және мұғаліммен байланыста болуға мүмкіндік беретін әртүрлі цифрлық шешімдер;

• мемлекеттік ақпараттық жүйелерді, қызметтерді және ресурстарды цифрлық білім беру ортасы платформасымен біріктіру;

• үздік сабақтарды тарату үшін бейне ағынының мүмкіндіктері. [2].

Тригонометрия дәстүрлі түрде мектеп математикасының оқу бағдарламасының маңызды құрамдас бөліктерінің бірі болды. Бұл курс сонымен қатар жалпы мақсатты, мамандандырылған оқыту арқылы шешуге болатын мәселелерді қамтиды. Мектеп математика оқулықтарын талдау тригонометриялық теңсіздіктердің теңсіздіктерді зерттеудегі орнын толық анықтайды. Тәжірибелі мұғалімдер оқушылардың оқытылатын материалдың маңыздылығын оқу арқылы емес, оны басқа мәселелерге қолдану арқылы, яғни ол басқа есептерді шешу құралы болған кезде түсінетінін атап өтеді.

Тригонометриялық теңсіздіктер және оларды шешу әдістері

Тригонометриялық функциялардың бірі болып табылатын түрдегі тригонометриялық теңсіздіктерді шешу кезінде шешімдерді визуализациялау және жауабын жазу үшін тригонометриялық шеңберді қолданған ыңғайлы. Тригонометриялық теңсіздіктерді шешудің негізгі әдісі оларды sin x ≥ a сияқты қарапайым теңсіздіктерге келтіру болып табылады.

Авторлары П.Ф. Севрюков пен А.Н. Смоляков $0 \le a \le 1$ үшін осы қарапайым тригонометриялық теңсіздіктің шешімін келесідей қарастырады: олар x аргументіне сәйкес келетін бірлік шеңбердегі нүктелерді белгілейді, олар Ox осінің үстінде немесе түзудің өзінде орналасады.

Оқулықтағы суреттен

$\arcsin a + 2\pi n \le x \le \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in Z$ болатыны анық.

$-1 < a < 0$ үшін x мәндері $y = a$ түзуінің үстінде орналасқан бірлік шеңберінің доғасын толтырады.

Суретте бұл доғаның жарты шеңберден ұзын екені көрсетілген, яғни

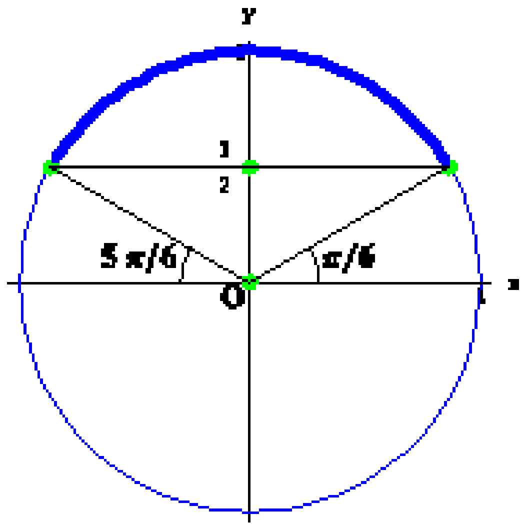
$\arcsin a + 2\pi n \le x \le \pi - \arcsin a + \pi(1 + 2n), n \in Z$ [3].

Мысал қарастырайық:

1- мысал.

Теңсіздікті шешіңіз. $\sin x \ge \frac{1}{2}$

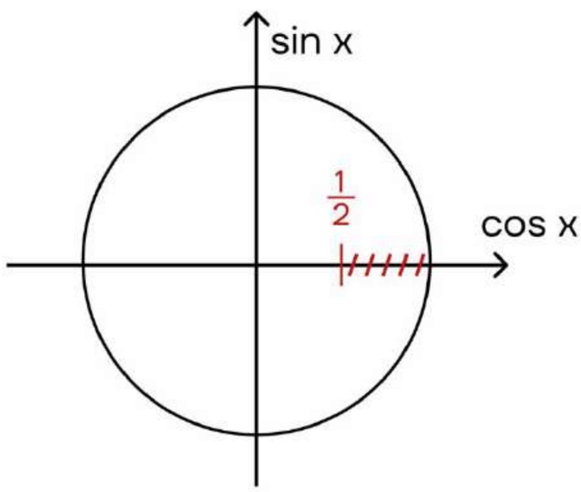
Шешуі: Тригонометриялық шеңбер сызыңыз және ондағы ордината [ординатадан] асатын нүктелерді белгілеңіз.



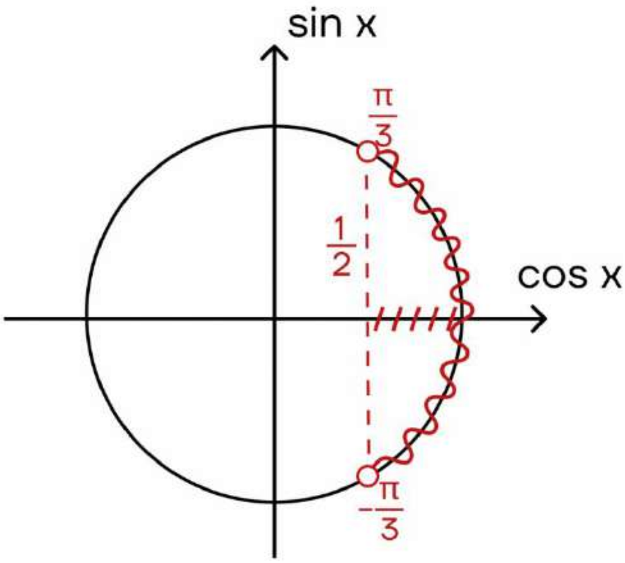
$x \in [0;\ 2\pi]$ теңсіздігі үшін $x \in \left[\frac{\pi}{6};\ \frac{5\pi}{6}\right]$ теңсіздігі дұрыс шешімі болады. Сондай-ақ, егер қандай да бір сан x көрсетілген интервалдағы кез келген саннан $2\pi n$ -мен ерекшеленетін болса, $\sin x$ онда ол да $\frac{1}{2}$ ден кем болмайтыны анық. Сондықтан, алынған шешім сегментінің ұштарына жай ғана $2\pi n$ қосу керек. Ақырында, біз бастапқы теңсіздіктің шешімдерінің барлығы $x \in \left[\frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right]$ екенін көреміз.

2-мысал. $\cos x > \frac{1}{2}$

Тригонометриялық шеңберде синус мәндері ордината осінде, ал косинус мәндері абсцисса осінде жататынын есте ұстайық. Косинус осінде $\frac{1}{2}$ мәнін белгілейік және мәндер $\frac{1}{2}$ -ден үлкен болатын аралықты таңдайық.



Әрі қарай, теңсіздік сақталатын аралықты таңдаймыз. Ол үшін бірлік шеңберді қиып өткенше $\frac{1}{2}$ нүктесі арқылы перпендикуляр сызыңыз. Шеңбердегі нүктелер тесіледі, өйткені теңсіздік белгісі қатаң. Кестені пайдалана отырып, $-\frac{\pi}{3}$ және $\frac{\pi}{3}$ нүктелерін аламыз. Шеңбердің қай бөлігін көлеңкелеу керек? Перпендикуляр сызылған шеңберді екі бөлікке бөлетінін ескеріңіз. Косинус осі көлеңкеленген жағындағы бөлік көлеңкеленген болуы керек. Бұл жағдайда косинус осі оң жақта көлеңкеленген, сондықтан біз шеңбердің оң жақ бөлігін көлеңкелейміз.

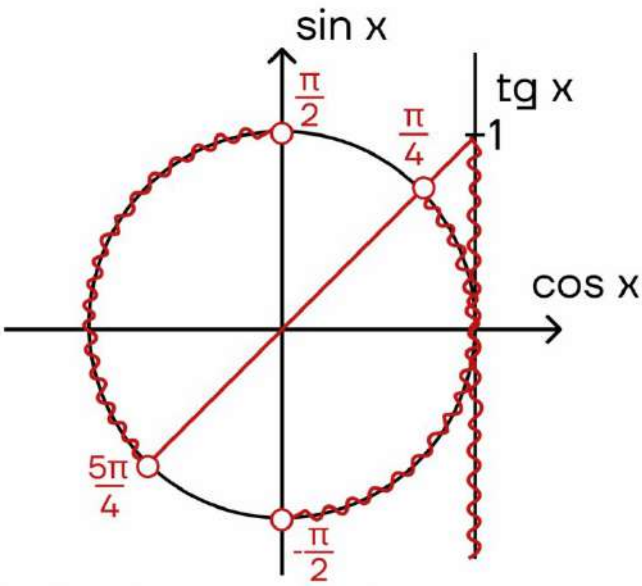


Жауабы: $(-\frac{\pi}{3}+2\pi k, k\in Z, \frac{\pi}{3}+2\pi k, k\in Z)$

3-мысал. $tg<1$

Шеңбердегі нүктелер өзгеріссіз қалады, ал жанама осьтің төменгі бөлігі көлеңкеленгеніне назар аударыңыз.

Бұл теңсіздіктің ерекшелігі неде? Теңсіздікке сәйкес бізге 1-ден аз барлық мәндер қажет, яғни бұл жағдайда тангенс теріс болуы мүмкін (ақыр соңында $-1<1$). Сонда жанама теріс болатын 2-ші және 4-ші ширектер де қолайлы. Шеңбердегі доғаны мәндердің азаю бағытында көлеңкелеу ғана қалады.



Жауабы: $(-\frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z, \frac{\pi}{4}+\pi k, k \in Z)$

Қорытынды.

Қорытындылай келе, осы мәселе бойынша тиісті психологиялық-педагогикалық, әдістемелік әдебиеттерді зерделей келе, мектептегі алгебра және дайындық талдау курсында тригонометриялық теңсіздіктерді шешу қабілеті мен дағдысы өте маңызды, оны дамыту математика пәні мұғалімінен айтарлықтай күш-жігерді қажет етеді деп қорытынды жасауға болатыны белгілі болды. Қазіргі оқулықтардың авторлары ұсынған құралдар мен әдістерді қолдана отырып, қойылған мақсатқа жету іс жүзінде мүмкін емес екені сөзсіз. Бұл оқушылардың жеке ерекшеліктеріне байланысты. Өйткені, олардың тригонометрия бойынша негізгі білім деңгейіне байланысты әртүрлі деңгейдегі теңдеулер мен теңсіздіктердің әртүрлі түрлерін зерттеуге мүмкіндіктер желісі жасалады. Менің ойымша, құрастырылған тапсырмалар жинағы тригонометриялық теңсіздіктерді алгоритмдік тәсіл арқылы шешу дағдыларын дамытуға ықпал етеді. Тригонометриялық теңсіздіктер математикалық білім беруде және жалпы тұлғалық дамуда маңызды орын алады.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Карлов, И. А. Анализ цифровых образовательных ресурсов и сервисов для организации учебного процесса школ [Текст]. / И. А. Карлов, Н. М. Киясов, В. О. Ковалев, Н. А. Кожевников, Е. Д. Патаракин, И. Д. Фрумин, А. Н. Швиндт, Д. О. Шонов; Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт образования. – М.: НИУ ВШЭ, 2020. – 72 с
2. Шумакова, Е. О. Особенности преподавания математики с использованием информационных технологий [Текст]. / О. В. Ведомесова, Е. О. Шумакова // Сборник трудов конференции «Математическое образование в цифровом обществе». Материалы XXXVIII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Из-во : МГПУ, Москва, 2019. – С. 308-310
3. П.Ф. Севрюков, А.Н.Смоляков. - М.:Илекса; Народное образование; Ставрополь: Сервисшкола, 2010.-352с.

https://doi.org/10.5281/zenodo.18537413

МЕТОД УЧЕБНОЙ СИТУАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ИНДИВИДУАЛИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

ДЖОНМИРЗОЕВ ЭРАДЖ
Республиканский иниститут павышения квалификации и переподготовки работников сферы образования.

Аннотация: *Статья посвящена анализу методики* ***учебной ситуации*** *в преподавании математики и её использованию для* ***индивидуализации обучения****. Автор рассматривает принципы построения* ***многослойных учебных ситуаций*** *и приводит практические примеры заданий для 7–10 классов, включая темы по геометрии, функциям, процентам и анализу графиков. Опыт показывает, что такой подход способствует развитию* ***компетенций XXI века****, критического мышления, навыков сотрудничества и креативности, а также обеспечивает возможность каждому ученику работать на своем уровне.*

Ключевые слова: *учебная ситуация, индивидуализация, многослойная задача, математика, компетенции XXI века, критическое мышление, креативность, сотрудничество*

МЕТОДИ ВАЗЪИЯТИ ТАЪЛИМӢ ДАР РАВАНДИ ФАРДИКУНОНИИ ТАЪЛИМИ МАТЕМАТИКА

ЉОНМИРЗОЕВ ЭРАЉ
Донишкадаи љумњуриявии такмили ихтисос ва бозомӯзии кормандони соњаи маориф, дотсент, номзади илмњои педагогї.

Аннотасия: *Мақола ба таҳлили методики* ***учебной ситуации*** *дар таълими математика ва истифодаи он барои* ***индивидуализацияи таълим*** *бахшида шудааст. Муаллиф принсипҳои сохтани* ***многослойных учебных ситуаций****-ро шарҳ дода, намунаҳои амалии вазифаҳо барои синфҳои 7–10, аз ҷумла мавзӯъҳои геометрия, функсияҳо, фоизҳо ва таҳлили графикҳоро пешниҳод мекунад. Таҷриба нишон медиҳад, ки чунин усул ба рушди* ***компетенсиҳои 21-сола****, фикрияи танқидӣ, малакаҳои ҳамкорӣ ва эҷодкорӣ мусоидат мекунад, инчунин имконият медиҳад, ки ҳар як донишҷӯ дар сатҳи худ фаъолият кунад.*

Калидвожаҳо: *ваъзияти таълимї, фардикунонї, масъалањои функсионалї, математика, салоњиятњоиҳои 21-сола, критикӣ фикр кардан, эҷодкорӣ, ҳамкорӣ*

THE METHOD OF EDUCATIONAL SITUATIONS IN THE PROCESS OF INDIVIDUALIZATION OF MATHEMATICS TEACHING

JONMIRZOEV ERAJ
State departme Republican Institute of Professional Development in Education.

Abstract: *The article analyzes the methodology of* ***learning situations*** *in mathematics teaching and their use for* ***individualization of learning****. The author explains the principles of constructing* ***multilayered learning situations*** *and provides practical examples of tasks for grades 7–10, including topics in geometry, functions, percentages, and graph analysis. Experience shows that this approach promotes the development of* ***21st-century competencies****, critical thinking, collaboration skills, and creativity, while allowing each student to engage at their own level.*

Keywords: *learning situation, individualization, multilayered task, mathematics, 21st-century competencies, critical thinking, creativity, collaboration*

Современная школа сталкивается с задачей подготовки учащихся к жизни в условиях информационного общества, где востребованы не только знания, но и умение мыслить критически, творчески и независимо. В условиях разнообразного уровня подготовки школьников возникает вопрос: как организовать обучение так, чтобы каждый ученик был вовлечен, развивался и чувствовал свою значимость?

Одним из эффективных подходов к решению этой задачи является метод учебной ситуации. Учебная ситуация — это специально спроектированный фрагмент урока, который позволяет учащемуся не просто выполнять алгоритмические действия, но погрузиться в контекст проблемы, анализировать информацию, моделировать процессы и принимать обоснованные решения. Такой метод способствует формированию как предметных компетенций, так и ключевых компетенций XXI века — критического мышления, коммуникации, креативности и способности к сотрудничеству (**4К+**).

Особое внимание уделяется индивидуализации обучения, которая реализуется через многослойные учебные ситуации. Этот подход позволяет задать единый контекст и одновременно предложить разные уровни сложности и вариативности действий. В результате каждый ученик может работать на своем уровне, развивать навыки и одновременно быть участником общего образовательного процесса.

В данной статье рассматриваются:

- сущность и структура учебной ситуации;
- принципы построения многослойных задач;
- примеры учебных ситуаций по математике для разных классов и тем;
- методические рекомендации по организации работы учащихся и рефлексии.

Цель публикации — показать, как через учебные ситуации можно объединить теоретическое знание, практические умения и развивающее обучение, сделать математику значимой и интересной, а урок — гибким и ориентированным на каждого ученика.

Сколько раз после объяснения новой темы учитель сталкивается с немым вопросом в глазах учеников: «Зачем мне это нужно в жизни?» Данная реакция свидетельствует не столько о сложности учебного материала, сколько о недостаточной его личностной значимости для обучающихся. В этом контексте особую актуальность приобретает метод учебной ситуации, позволяющий не только передать знания, но и включить ученика в активный процесс их осмысления и применения.

Учебная ситуация изменяет традиционную логику урока, переводя обучение от репродуктивной передачи знаний к их проживанию и осмыслению через действие. Ученик при этом выступает не пассивным получателем информации, а активным исследователем, принимающим решения, выдвигающим гипотезы и аргументирующим собственную позицию. Такой подход создает условия для индивидуализации обучения, поскольку каждый обучающийся включается в деятельность в соответствии со своими возможностями, уровнем подготовки и образовательными потребностями.

В теоретическом аспекте метод учебной ситуации рассматривается как специально спроектированный фрагмент урока, направленный на развитие как предметных, так и ключевых компетенций. В отличие от традиционного учебного задания, учебная ситуация обладает кон текстуальностью, проблемностью и вариативностью, что делает ее многослойной и развивающей. Она выстраивается поэтапно: от создания смыслового контекста и формулировки проблемы — к активным действиям учащихся, выбору решений и последующей рефлексии.

Контекст учебной ситуации представляет собой смысловую рамку задания и может быть основан как на реальных, так и на моделируемых жизненных ситуациях. Его функция заключается в придании учебной задаче личностной значимости и повышении учебной мотивации. Центральным элементом учебной ситуации является проблема — противоречие или вызов, не имеющий готового алгоритмического решения и требующий анализа, поиска различных подходов и принятия обоснованных решений.

Деятельностный компонент учебной ситуации проявляется через активные действия учащихся: выполнение расчетов, построение математических моделей, рассуждение, обсуждение и оформление выводов. Существенное значение имеет элемент выбора, предполагающий необходимость принятия одного из возможных решений и его аргументации. Именно данный элемент создает условия для формирования личной ответственности обучающегося и развития критического мышления.

Результат учебной ситуации выражается в конкретном образовательном продукте: решении задачи, построении графика, модели, письменном или устном обосновании. Он отражает не только уровень усвоения математических знаний, но и степень сформированности универсальных и предметных компетенций.

Особое значение для индивидуализации обучения имеют многослойные учебные ситуации, включающие общее задание для всех учащихся и дополнительные уровни сложности. Такая структура позволяет вовлечь в активную деятельность обучающихся с различным уровнем подготовки, обеспечивая каждому зону ближайшего развития.

В контексте преподавания математики метод учебной ситуации способствует формированию функциональной грамотности, под которой понимается способность применять математические знания в реальных и нестандартных условиях: анализировать ситуацию, строить математическую модель, выполнять необходимые вычисления и делать обоснованные выводы. Тем самым учебная ситуация выступает эффективным средством индивидуализации обучения математике и повышения его практико-ориентированной направленности.

УЧЕБНАЯ СИТУАЦИЯ

Современная школа сталкивается с важной задачей — научить учащихся мыслить гибко, креативно и самостоятельно, уметь сотрудничать и ясно выражать свои мысли, то есть обладать компетенциями XXI века. При этом школьный класс всегда представляет собой разнообразие: один ученик решает квадратные уравнения без затруднений, другой испытывает трудности при применении формулы площади треугольника. Как организовать обучение так, чтобы и первый, и второй были включены в учебный процесс и развивались?

В рамках данной темы рассматриваются методические подходы к созданию «многослойных» учебных ситуаций, учитывающих различный уровень подготовки учащихся. Прежде всего необходимо обратиться к самому понятию и структуре учебной ситуации.

Учебная ситуация — это специально спроектированный фрагмент урока, в котором ученик действует в проблемном контексте; она требует от него анализа, моделирования и аргументации и приводит к получению результата, демонстрирующего как уровень предметных знаний, так и сформированность ключевых компетенций.

Учебная ситуация не ограничивается проверкой усвоенных знаний, а создает условия для активного включения ученика в познавательную деятельность. В этом заключается ее ценность как педагогического метода. Для того чтобы учебная ситуация эффективно функционировала на уроке, важно понимать, из каких компонентов она состоит и каким образом они взаимосвязаны между собой. Ниже представлена структура учебной ситуации, отражающая ее внутреннюю логику.

Таблица 1. Структура учебной ситуации

Компонент	**Описание / Назначение**
Контекст	Жизненная или учебно-значимая ситуация, создающая мотивацию и привязку к реальности
Проблема	Задача с неопределенностью, противоречием или выбором, которая требует анализа и нестандартного подхода
Действие	Конкретные учебные действия ученика: анализ, моделирование, расчеты, обсуждение, визуализация. Не просто знание – а применение

Выбор	Несколько возможных решений или подходов, из которых ученик делает выбор и обосновывает его. Это зона принятия решения
Результат	Решение, вывод, продукт, позиция – то, что создает ученик. Это может быть расчет, график, модель, план, аргументированное мнение и др.

Теперь, когда структура учебной ситуации стала понятной, важно увидеть, как она реализуется на практике. Ниже приведен пример, в котором данная структура воплощается через содержание и действия учащихся.

Геометрия. Тема: «Площадь треугольника», 7 класс.

Типовое учебное задание. Найдите площадь треугольника по формуле через основание и высоту.

Учебная ситуация

Вы — ландшафтные дизайнеры. Перед вами план школьного двора. Необходимо разбить клумбу в форме треугольника так, чтобы ее площадь составляла ровно 12 м², а одна из сторон располагалась вдоль дорожки длиной 6 метров. Каким образом это можно реализовать?

Что меняется:

- у учащихся появляется мотивация и контекст: они не просто решают абстрактную задачу, а проектируют;
- задание допускает несколько решений, так как возможен выбор различных высот;
- учащиеся моделируют ситуацию, выполняют чертежи, рассуждают, обсуждают и аргументируют — активизируются навыки 4К+.

Особую значимость такая форма заданий приобретает при создании развивающей образовательной среды. Как известно, среда становится «третьим учителем», если она стимулирует познавательную активность, поддерживает инициативу учащихся и провоцирует исследовательскую деятельность. Учебная ситуация выступает тем педагогическим инструментом, который объединяет образовательную среду, содержание обучения и активную деятельность учеников в единый процесс.

Следующий шаг — понять, каким образом сделать учебную ситуацию доступной и значимой для всех учащихся независимо от уровня их подготовки. Эту задачу позволяет решить подход многослойности.

МНОГОСЛОЙНЫЕ УЧЕБНЫЕ СИТУАЦИИ

Закономерно возникает вопрос: что представляют собой многослойные учебные ситуации и в чем заключается их педагогическая целесообразность? Если учитель предлагает всем учащимся одинаковое задание, он сталкивается с риском: сильным ученикам становится скучно, а слабоуспевающие испытывают чувство беспомощности и теряют интерес к учебе. В результате часть детей оказывается выключенной из образовательного процесса.

Альтернативой являются многослойные учебные ситуации — задания, содержащие общее ядро, доступное каждому ученику, но предполагающие различные уровни углубления, применения, обсуждения и творчества. Это не просто набор заданий разной сложности, а единое учебное пространство, в котором каждый ученик работает на своем уровне, оставаясь при этом участником общего учебного диалога.

Многослойные учебные ситуации позволяют:

- обеспечить включенность каждого ученика в учебную деятельность;
- развивать предметные и универсальные учебные навыки;
- создать пространство для коммуникации, аргументации и обсуждения;
- формировать учебную самостоятельность и инициативу.

Теоретическое обоснование данного подхода наглядно раскрывается через практические примеры. Рассмотрим простую, но показательно жизненную ситуацию, знакомую каждому ученику, — выбор между двумя скидочными предложениями в магазине.

Пример 1.

Тема: «Проценты и пропорции», 7 класс.

Учебная ситуация: «Скидка или выгода?»

Ключевой навык: применение процентов и пропорций для сравнения и принятия решения.

Сюжет.

Ваш друг подходит к вам с рекламным листком из магазина и говорит: «Смотри, здесь написано: “Скидка 30 % на второй товар!”, а рядом еще одна акция — “Купи два по цене 1,5”. Я запутался… Какая из них выгоднее? Где реально придется заплатить меньше?»

Ваша задача — помочь другу разобраться: выполнить необходимые расчеты, сравнить условия и обосновать сделанный выбор.

Ядро (общее задание для всех):

- если первый товар стоит 100 сомони, рассчитайте цену второго товара со скидкой 30 %;
- сравните общую стоимость покупки по первой акции с вариантом «2 по цене 1,5».

Уровень A (сравнение при фиксированной цене):

- вычислите итоговую стоимость покупки по каждой акции;
- определите, в каком случае покупка обходится дешевле;
- объясните, как применялись проценты и от какой величины они вычислялись.

Уровень B (условия с разными ценами):

- измените исходные данные: пусть товары стоят, например, 120 и 80 сомони;
- повторите расчеты;
- сделайте вывод: изменилась ли выгодность акций и почему.

Уровень C (конструирование собственной акции):

- предложите и рассчитайте собственную акцию, выгодную и для покупателя, и для магазина;
- обоснуйте ее баланс и привлекательность.

Взаимодействие и коммуникация:

- работа в парах: один ученик выполняет расчеты, второй объясняет ход рассуждений;
- затем пары объединяются в мини-группы и сравнивают полученные выводы;
- на доске формируется обобщающая таблица с примерами и результатами.

Таблица для наглядности и обсуждения

Цена товара	Скидка 30% на второй	Общая стоимость (вариант 1)	Цена «2 за 1.5»	Общая стоимость (вариант 2)	Выгоднее
100	$100 \times 0.7 = 70$	$100 + 70 = 170$	$100 \times 1.5 = 150$	150	Акция 2
120	$120 \times 0.7 = 84$	$120 + 84 = 204$	$120 \times 1.5 = 180$	180	Акция 2
80	$80 \times 0.7 = 56$	$80 + 56 = 136$	$80 \times 1.5 = 120$	120	Акция 2

Рефлексия.

Что оказалось самым простым? Что, напротив, вызвало затруднения? Почему одна акция оказалась выгоднее другой? Как можно объяснить это словами, а не только с помощью числовых расчетов? Что нового вы узнали о ценах, скидках и реальных покупках?

Методический комментарий

Рассматриваемая учебная ситуация близка к повседневному опыту школьников и способствует развитию не только вычислительных навыков, но и элементов финансовой грамотности, а также критического мышления.

Наличие различных уровней сложности позволяет варьировать глубину проработки материала, а возможность сконструировать собственную акцию (уровень C) стимулирует творческую активность и инициативность учащихся.

Сочетание индивидуальной работы с последующим обсуждением решений усиливает развитие математической речи и способствует более глубокому пониманию процентных соотношений. Использование таблицы делает расчеты наглядными и облегчает аналитическое сравнение различных вариантов.

Опираясь на данный практический пример, перейдем к рассмотрению структуры многослойной учебной ситуации: как она организована, из каких компонентов состоит и каким образом эти компоненты могут быть продуманы учителем при подготовке к уроку.

Компонент структуры	Педагогическая функция	Описание/характеристика
1. Мотивационный контекст / сюжет	Вовлечение, пробуждение интереса	Жизненная ситуация, сюжет, вопрос с открытым концом – вызывает любопытство и желание разобраться
***2. Ядро* (может быть на основе уровня А)**	Обеспечение общего входа в задачу	Простое, доступное задание, связанное с учебной темой. Выполнимо для большинства учеников, формирует опору для дальнейших уровней
3. Уровни / слои	Дифференциация по уровню сложности, развитие мышления и навыков	Задания разного уровня сложности в рамках одной учебной ситуации: **A** – прямое применение знаний **B** – анализ, сравнение, объяснение **C** – творческие, исследовательские или проектные задания
4. Взаимодействия и коммуникация	Развитие математической речи, навыков совместной работы, аргументации	Работа в парах и группах, обсуждение решений, распределение ролей, аргументация, мини-презентации, вопросы к товарищам и общее обсуждение
5. Рефлексия	Осмысление выполненной работы, развитие навыков самоконтроля и мета познания	Обсуждение: что получилось, что вызвало трудности, какие стратегии были эффективны, чему научились. Возможен самоанализ и взаимная обратная связь

Чтобы лучше понять, как работает такой подход на практике, ниже приведены конкретные примеры многослойных учебных ситуаций. Каждый из них привязан к теме учебного плана и рассчитан на определенный уровень учеников.

Пример 2.

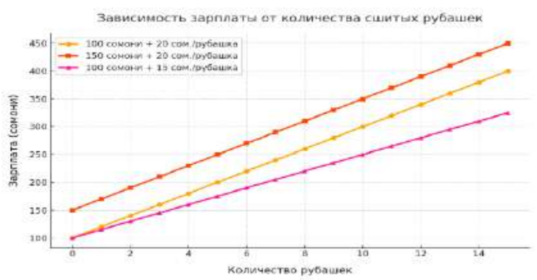
Тема: «Линейные функции», 9 класс

Учебная ситуация: «Зарплата за сдельную работу»

Ключевой навык: построение и интерпретация линейной зависимости в прикладной задаче.

Сюжет. Ваш друг планирует устроиться на швейную фабрику. Ему предлагают сдельную оплату: фиксированная сумма плюс оплата за каждую сшитую рубашку. Он просит вас помочь разобраться, какая схема оплаты окажется более выгодной.

Ядро Уровень A — Построй и посчитай Фабрика предлагает фиксированную оплату в размере 100 сомони плюс 20 сомони за каждую сшитую рубашку.



Задача для учащихся:

- Построить таблицу значений заработной платы в зависимости от количества сшитых рубашек.

• Построить график зависимости заработной платы от количества рубашек.

График позволяет наглядно оценить, какая схема оплаты будет выгоднее при разных объемах выполненной работы и способствует визуальному пониманию линейной зависимости.

Уровень B — Интерпретируй и сравни

Исследуйте, как изменяется график заработной платы, если:

фиксированная часть увеличивается до 150 сомони;

ставка за каждую рубашку изменяется на 15 сомони.

Уровень C — Спланируй и обоснуй

Сравните 2–3 схемы оплаты с различными параметрами.

Постройте графики и обоснуйте, какая схема наиболее выгодна для разных работников (новичка, опытного и т.д.).

Взаимодействие и коммуникация

Учащиеся работают в группах: один составляет таблицу, другой строит график, третий делает выводы. Группы защищают свои схемы и сравнивают предложенные модели оплаты.

Рефлексия

Какие параметры (фиксированная часть или ставка за рубашку) сильнее влияют на итоговую зарплату?

Что бы вы посоветовали другу, если он новичок и шьет медленно?

Какие данные было легче понять через таблицу, а какие — через график?

Какая схема оплаты кажется наиболее справедливой? Почему?

Методический комментарий

Данная учебная ситуация моделирует реальную жизненную задачу, понятную и интересную подросткам. Она помогает учащимся осмыслить параметры линейной функции в прикладном контексте и увидеть за формулами реальные сценарии. Сравнивая графики, учащиеся анализируют различные модели оплаты, что развивает функциональное мышление и умение работать с несколькими математическими моделями. Групповая работа способствует формированию математической речи, навыков аргументации и сотрудничества.

Пример 3.

Тема: «Квадратные функции», 10 класс

Учебная ситуация: «Фейерверк»

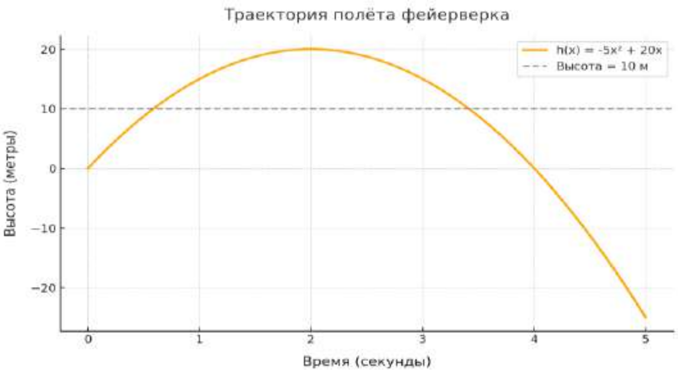
Ключевой навык: анализ квадратной функции и интерпретация её характеристик

Сюжет.

Вы — член команды инженеров, разрабатывающих праздничный фейерверк для школьного фестиваля. Один из вариантов траектории задан функцией. Ваша задача — исследовать её, выполнить необходимые расчеты и предложить улучшение.

Ядро (базовая задача для всех):

Построй график функции $\mathbf{h(x) = -5x^2 + 20x}$, где $\mathbf{h}$ – высота в метрах, $\mathbf{x}$ – время в секундах.



На графике четко видна вершина параболы – момент, когда фейерверк достигает максимальной высоты, а также точки начала и завершения полета (нули функции). Это помогает учащимся буквально «увидеть» смысл коэффициентов: как параметр влияет на длину и высоту полета.

***Уровень А** (нахождение значений):*

1. Определи максимальную высоту, на которую поднимается петарда.

2. Найди нули функции – время подъема и падения петарды на землю.
3. Объясни смысл этих точек в контексте задачи.

Уровень B *(работа с интервалами значений):*

1. Определи, в какие моменты времени петарда находится > 10 м.
2. Объясни это с помощью графика (область над прямой $y = 10$) и алгебраически – реши неравенство.

Уровень C *(моделирование и изменение параметров):*

Подбери коэффициенты функции так, чтобы:

— максимальная высота была 30 м.

— продолжительность полета – 6 сек.

1. Построй новый график и сравни с исходным.
2. Взаимодействие и коммуникация
3. Работа в парах выполняется над ядром и уровнем А.
4. Работа в группах проводится на уровнях B и C с последующей презентацией результатов и взаимными вопросами.
5. Фронтально класс обсуждает: какие параметры отвечают за «высоту», форму и «длительность» полета?
6. Рефлексия
7. Что показал график?
8. Как изменение параметров влияет на форму и свойства функции?
9. Какие способы решения вы выбрали — и почему?
10. В чем вы стали увереннее после выполнения задания?

Методический комментарий

Эта учебная ситуация является типичным примером математического моделирования, где абстрактные коэффициенты получают реальный физический смысл. Задание сочетает визуальное представление (график) с алгебраическим анализом: учащиеся строят функцию, находят вершину, решают уравнения и исследуют влияние параметров.

Ситуация развивает:

- алгебраические навыки;
- функциональное мышление;
- креативность и воображение;
- способность интерпретировать математические модели и адаптировать их под конкретную цель.

Перед тем как двигаться дальше, стоит взглянуть на представленные учебные ситуации не только как на математические задания, но и как на инструменты педагогического воздействия. Задания про зарплату и фейерверк — это не просто «построй график» или «реши уравнение», а полноценные образовательные сценарии, включающие работу с мышлением, речью, самооценкой и реальной мотивацией учащихся.

Контрольные вопросы

(ответы: «да» / «нет» / «скорее да»)

Была ли в ситуации жизненная логика, узнаваемый или близкий контекст?

Позволяла ли задача ученику развернуть рассуждение, а не просто применить алгоритм?

Присутствовала ли работа в паре или группе, обсуждение, взаимопомощь?

Мог ли каждый ученик почувствовать успех, независимо от уровня?

Создает ли ситуация предпосылки для формирования положительной учебной самооценки («я знаю, я понимаю, я могу…»)?

Есть ли в задании элементы выбора, исследования, сравнения?

Способствовала ли работа развитию математических понятий?

Использовались ли разные представления (таблицы, формулы, графики)?

Развивались ли в процессе работы компетенции 4К+?

Видно ли, как задание помогает перейти от знания к пониманию, от решения к осмыслению?

Если на большинство вопросов вы ответили «да» или «скорее да», это означает, что вы видите силу многослойных учебных ситуаций. Это не просто усложнение заданий — это новый подход к построению урока, где важны не только правильные ответы, но и ход мыслей, совместная деятельность и осмысленное продвижение каждого ученика.

Теперь, когда мы имеем полное понимание структуры и педагогической ценности, перейдем к другим примерам, иллюстрирующим этот подход в разных темах и классах.

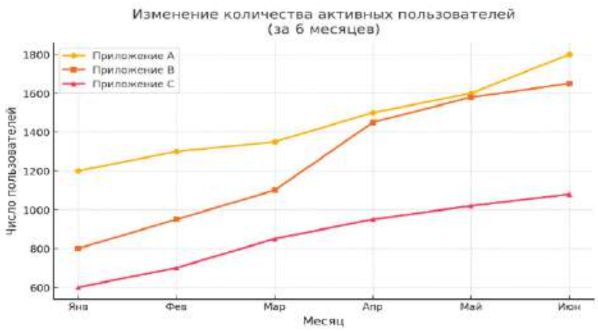
Пример 4

Тема: «Анализ графиков и диаграмм», 10 класс

Учебная ситуация: «Популярность мобильных приложений»

Ключевой навык: анализ графиков и извлечение количественных выводов из данных

Сюжет. Компания отслеживает рост числа пользователей трех мобильных приложений за 6 месяцев. Данные представлены на графике. Вы – члены аналитической команды, вам нужно исследовать и представить выводы для владельцев приложений.



Пример 4

Тема: «Анализ графиков и диаграмм», 10 класс

Учебная ситуация: «Популярность мобильных приложений»

Ключевой навык: анализ графиков и извлечение количественных выводов из данных

Ядро (общее задание для всех): Рассмотри график и определи:

- Какое приложение показало наибольший рост?
- В каком месяце и у какого приложения наблюдался наибольший рост числа пользователей?

Уровень A — Прямое чтение данных

- Сколько пользователей было у приложения A в мае?
- Определи, в каком месяце рост начал замедляться.

Уровень B — Осмысление и интерпретация

- Сравни два приложения по стабильности роста.
- Какой тип функции — линейная, экспоненциальная, логарифмическая — лучше описывает рост каждого приложения и почему?

Уровень C — Обобщение и прогноз

- Придумай собственную диаграмму для сравнения эффективности приложений и представь её классу.
- Построй прогноз на следующие два месяца для каждого приложения на основе выявленного тренда.

Взаимодействие и коммуникация

- Индивидуальная или парная работа выполняется над ядром.
- Смысловая интерпретация, алгебраический анализ и обсуждение прогнозов проводятся в группах.

Рефлексия

- Какие виды графиков помогли лучше понять ситуацию?
- Что было сложнее: считывать данные или делать прогноз?
- Как изменилось твое понимание функций на практике?

Методический комментарий

Эта учебная ситуация позволяет отработать умение читать и интерпретировать графики, а также использовать числовые данные для анализа. Многослойная структура помогает задать единый контекст, но при этом направляет учащихся по разным траекториям рассуждения — от фактического чтения данных до прогнозирования и аргументации своих выводов.

Значение модели в учебной математической задаче

Под моделью понимается формализованное описание ситуации с помощью математических средств: формул, графиков, таблиц, схем. Модель служит мостом между реальной жизнью и математикой.

Примеры:

- В задаче про зарплату модель — линейная функция, где xxx — количество сшитых рубашек, aaa — оплата за одну рубашку, bbb — базовая ставка.
- В задаче про фейерверк модель — квадратная функция, описывающая зависимость высоты от времени.

Работа с моделью позволяет не просто «посчитать», а понять поведение системы, исследовать её и принимать обоснованные решения. Она развивает аналитическое мышление и дает ученикам ощущение реальной значимости математики.

Тема	Тип модели	Особые акценты
Проценты	Табличная, арифметическая	Финансовая грамотность, анализ
Линейные функции	График, формула	Сравнение моделей, аргументация
Квадратичные функции	Функция в прикладном контексте	Моделирование, изменение параметров, влияние коэффициентов
Анализ графиков	Функциональная зависимость во времени	Интерпретация данных, прогнозирование

Пример 5. ***Тема:*** *«Производная и исследование функции» – 11 класс.*

Ситуация: «Оптимальная упаковка»

Ключевой навык: Вычисление производной и критических точек, интерпретация экстремума.

Сюжет. Компания изготавливает коробки для упаковки продукции. Цель – минимизировать количество используемого материала, сохранив заданный объем. Возникает задача оптимизации: при каких размерах коробка будет наиболее экономной?

Ядро *(уровень A – найди минимум):*

Найти минимум функции $\boldsymbol{S(x) = 2x^2 + 100/x}$

Где $\boldsymbol{x}$ – ширина основания коробки, $\boldsymbol{S(x)}$ – площадь используемого материала

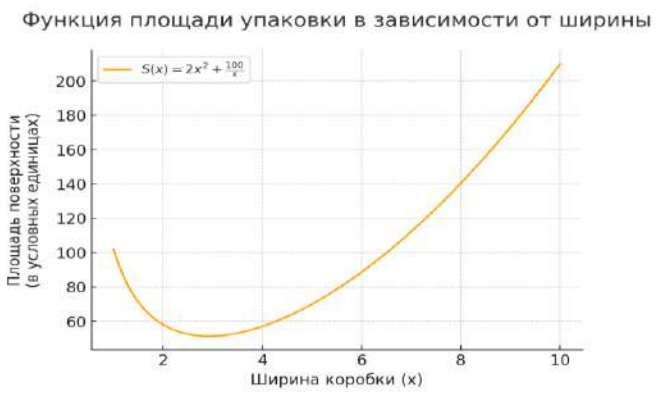


График позволяет учащимся увидеть, как функция сначала убывает, затем возрастает, а ее минимум – это оптимальная точка. Благодаря визуализации становится понятно, как производная «работает» на практике: она помогает находить наилучшие решения. Это важный шаг от формального построения производной функции к ее осмысленному применению.

Уровень B *(поясни и интерпретируй):*

–Обоснуйте смысл решения: при каком $\boldsymbol{x}$ коробка требует наименьшее количество материала. Объясните, что это значит для оптимизации и экономии ресурсов.

Уровень C *(сконструируй альтернативу):*

–Придумайте другую форму упаковки (например, цилиндр, другая пропорция основания), составьте свою функцию площади и исследуй ее. Сравните полученные результаты и сделай вывод о практической пользе.

Взаимодействия и коммуникация. Работа в мини-группах:

– один ученик дифференцирует,

– другой чертит график,

– третий объясняет результат.

Затем группы защищают свои решения и сравнивают разные упаковки. Возможна организация мини-дискуссии: «Какая форма упаковки экономичнее и почему?»

Рефлексия: что дало графическое представление? Что было для тебя новым в этой задаче? Как бы ты объяснил эту задачу тому, кто знает производную, но не видит ее смысла?

Практикум 1. Разбор готовой учебной ситуации

Цель: научиться распознавать элементы учебной ситуации и анализировать её структуру.

Формат: работа в парах

Тема: «Десятичные дроби», 7 класс

Учебная ситуация: «Сломанный калькулятор»

Ключевой навык: комбинирование арифметических действий (умножение, деление, округление) с десятичными дробями

Сюжет:

Ваш знакомый работает кассиром в магазине. У него на кассе старый калькулятор. Несколько клавиш сломались: нельзя ввести точку, знак деления и цифру 0. Покупатель спрашивает: «Сколько будут стоить 1.5 кг яблок по 13.6 сомони за кг?»

Задача:

Помогите кассиру рассчитать стоимость, используя только бумагу и калькулятор с ограниченными функциями. Покажите, как можно обойти эти ограничения.

Работа в парах

1. Прочитайте внимательно описание учебной ситуации.
2. Запишите возможные способы решения задачи.
3. Обсудите, какие математические операции и стратегии помогут преодолеть ограничения.
4. Поделитесь своими идеями с партнером и обсудите различия в подходах.

Компонент структуры	Ваш ответ
Контекст: Какая жизненная или учебная ситуация предложена?	
Проблема: В чем противоречие или затруднение для ученика?	
Действие: Что должен сделать ученик? Какие шаги предпринять?	
Выбор: Есть ли несколько возможных решений? В чем они заключаются?	
Результат: Какой продукт/вывод/действие ожидается от ученика?	

2. Дополнительные вопросы для обсуждения:

– Какие математические навыки развивает эта ситуация?

– Какие компетенции 4К+ здесь активируются?

– Насколько такой сюжет может быть интересен вашим ученикам?

Практикум 2. Педагогический разбор учебной ситуации

Цель. Оценить сильные и слабые стороны учебной ситуации с точки зрения методики.

Форма работы: Обсуждение в малых группах.

Тема: *«Сравнение величин, пропорциональность» – 7 класс.*

Учебная ситуация: «Цены наоборот»

Ключевой навык: Сравнение и интерпретация количественных данных.

Сюжет. В местном магазине на полке стоят соки одной марки, но разной фасовки:

- 2 литра – 17 сомони
- 1 литр – 8.80 сомони
- 0.5 литра – 5.75 сомони
- Есть акция: «При покупке 4 упаковок 0.5 л – одна бесплатно».

Продавец говорит: «Покупатели часто берут по 0.5 л, думают, что так экономят. Я уже не спорю, но я думаю – это только так кажется».

Задание:

1. Проверьте, действительно ли выгоднее брать сок в мелкой фасовке с учетом акции.
2. Сравните итоговую стоимость:

– 2 л в одной упаковке

– 4×0.5 л (но одна бесплатно)

– 2×1 л

3. Сделайте вывод: в каком варианте цена за литр минимальна?
4. Объясните, почему при одинаковом объеме цена может быть разной.
5. Какую упаковку вы бы посоветовали взять? Почему?

ЛИТЕРАТУРА

1. Зимняя, И.А. *Педагогическая психология и обучение учебной деятельности*
2. Загвязинский, В.И., & Емельянова, И.Н. *Общая педагогика* — концептуальные подходы к индивидуализации и педагогической ситуации.
3. Setambah, B. et al. *A comprehensive synthesis of differentiated instruction approaches in mathematics*. LUMAT: Int. Journal on Math, Science and Technology Education (2025)
4. Savina, I.A. *Differentiated Mathematics Education in Schools*. International Research Journal (2024)
5. Article “Supporting interest of middle school students in mathematics through context personalization and example choice”
6. Wikipedia: *Активное обучение* — индивидуализированного обучения.
7. Wikipedia: *Индивидуализация обучения*
8. Семенова, Л.А., & Хамзина, Ш.Ш. *Индивидуальный подход в обучении*
9. И.К. Азиев. *Индивидуальные задания для устранения ошибок*.
10. **Образовательные методические ресурсы.** *Индивидуализация и дифференциация процесса обучения математике*.

СОДЕРЖАНИЕ
CONTENT

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

ENDLESS LIGHT IN SCIENCE

Контакт

irc-els@mail.ru

Наш сайт

irc-els.com